

جلسه دوم

مثال: معادله $S = 3t^2 + 4t + 1$ برای مکان ذره ای داده شده است،

مطلوبت محاسبه:

الف) سرعت متوسط در زمان $t = 2$ تا $t = 10$:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \rightarrow \Delta t = 10 - 2 = 8$$

$$S_1 = S(2) = 3(2^2) + 8 + 1 = 21$$

$$S_2 = S(10) = 3(10^2) + 40 + 1 = 341$$

$$V_{ave} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} = \frac{341 - 21}{8} \rightarrow V_{ave} = 40 \text{ m/s}$$

ب) سرعت لحظه ای V در زمان $t = 5$:

از معادله مسیر نسبت به زمان مشتق می گیریم:

$$S = 3t^2 + 4t + 1 \rightarrow$$

$$V = \frac{dS}{dt} = 6t + 4$$

$$V(5) = 6(5) + 4 = 34 \text{ m/s}$$

ج) معادله شتاب:

از معادله سرعت نسبت به زمان مشتق می گیریم

$$V = \frac{ds}{dt} = 6t + 4 \rightarrow a = \frac{dv}{dt} = 6 \text{ m/s}^2$$

د) شتاب متوسط در زمان $t = 2$ تا $t = 10$:

$$V = 6t + 4$$

$$\Delta V = V_2 - V_1$$

$$V(2) = 6(2) + 4 = 16$$

$$V(10) = 6(10) + 4 = 64$$

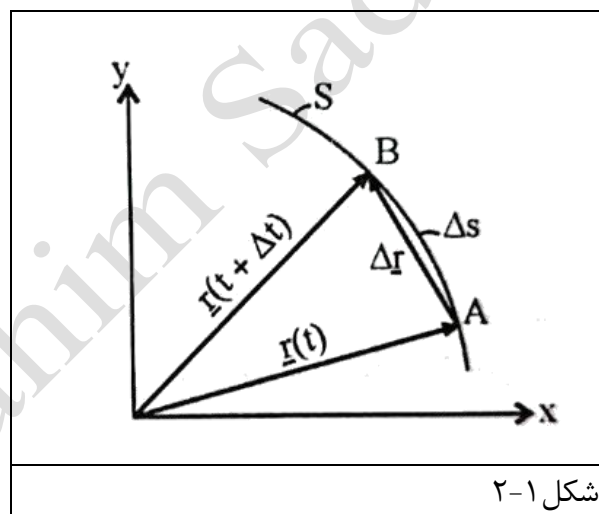
$$a_{ave} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{64-16}{8} = \frac{48}{8} = 6 \text{ m/s}^2$$

رابطه بین سرعت در شتاب و تابع مکان ذره ای :

$$v dv = a ds$$

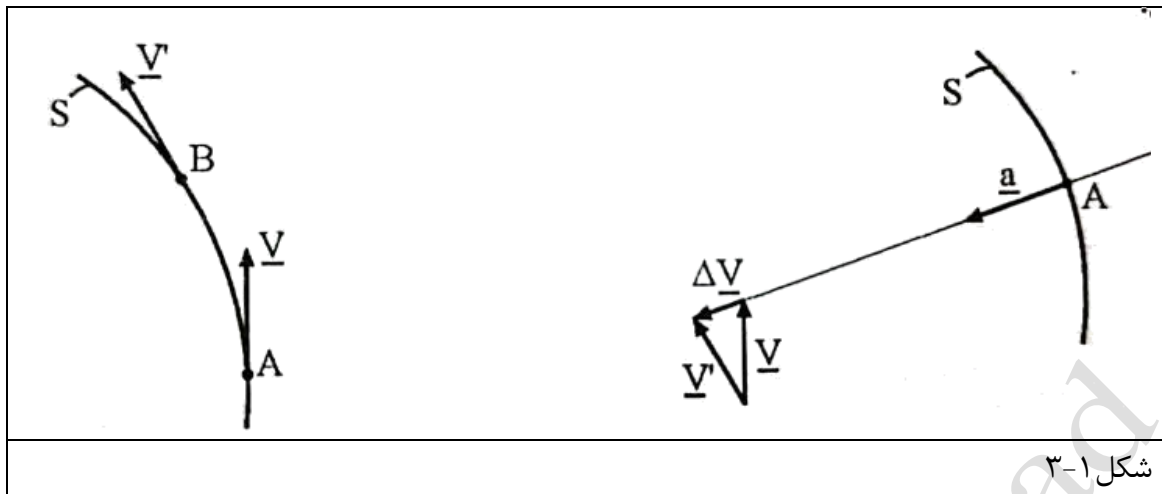
که در آن ds تغییرات تابع مکان ذره، a شتاب، v سرعت و dV تغییرات سرعت هستند

حرکت منحنی الخط در صفحه (حرکت دو بعدی):



سرعت متوسط:

$$\vec{V}_{ave} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



شکل ۳-۱

سرعت لحظه ای :

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

سرعت لحظه ای :

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

شتاب لحظه ای :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}}$$

مثال: برای باز زمانهای $t = 0$ و بازه زمانی $\Delta t = 10$ بردار مکان به به ترتیب به صورت $\vec{r}(t) = 6\vec{i} + 3\vec{j}$ و $\vec{r}(t + \Delta t) = 4\vec{i} + 5\vec{j}$ می باشد. سرعت متوسط را محاسبه نمایید.

$$\vec{V}_{ave} = \frac{(4-6)\vec{i} + (5-3)\vec{j}}{10} = \frac{-2\vec{i} + 2\vec{j}}{10} \text{ m/s}^2$$

مختصات کارتیزین:

در مختصات کارتیزین می توان بردار مکان را به دو بردار در جهات x و y تجزیه نمود و داریم:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$$

سرعت لحظه ای :

$$\vec{V} = \dot{\vec{r}}(t)$$

مولفه های سرعت:

$$V_x = \dot{x} \quad \text{و} \quad V_y = \dot{y}$$

$$\vec{V} = \dot{x}(t)\vec{i} + \dot{y}(t)\vec{j}$$

مقدار سرعت:

$$v = |\vec{V}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

شتاب لحظه ای :

$$\vec{a} = \dot{\vec{V}} = \ddot{x}(t)\vec{i} + \ddot{y}(t)\vec{j}$$

$$a_x = \ddot{x} \quad \text{و} \quad a_y = \ddot{y}$$

و اندازه شتاب:

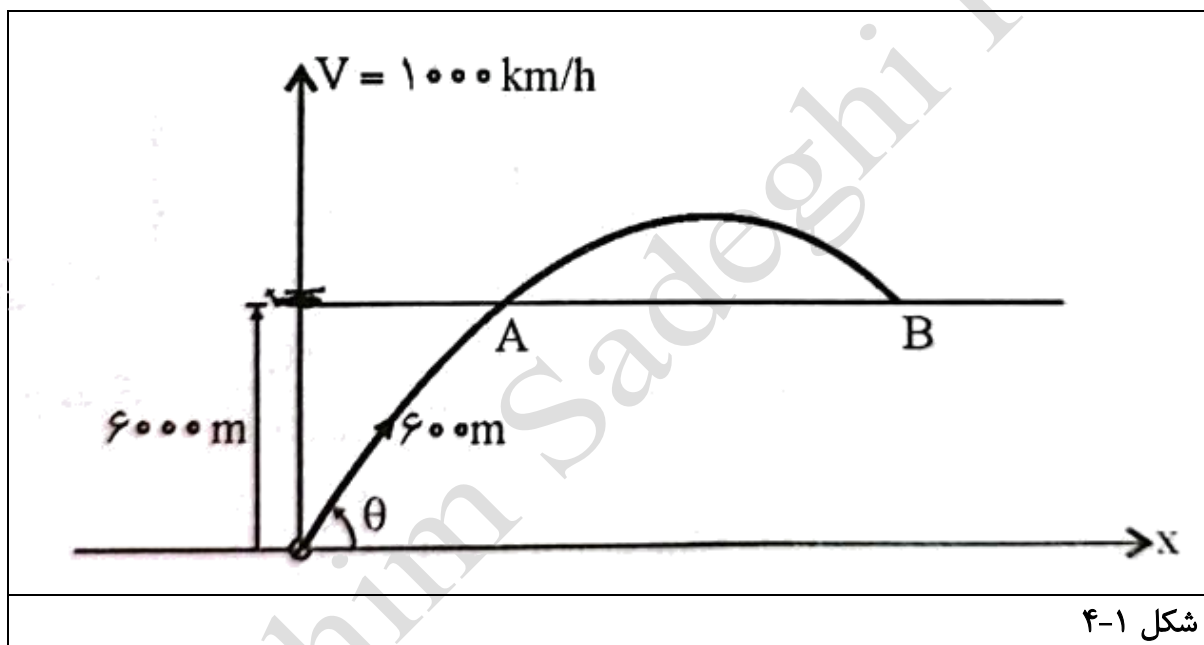
$$|\vec{a}| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

مثال: برای بردار مکان $\vec{r} = 4t^3 + 2t^2\vec{j}$ مقادیر سرعت و شتاب لحظه ای $t = 0$ را بدست آورید

$$V = 12t^2 i + 4tj \rightarrow V(0) = 0 + 0 = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0$$

$$a = 24ti + 4j \rightarrow a(0) = 24(0)i + 4j = \sqrt{0^2 + 4^2} = 4$$

مثال: یک هواپیما با سرعت 1000 km/h در ارتفاع 6000 m دقیقاً بالای یک پدافند ضد هوایی قرار دارد. پدافند ضد هوایی گلوله‌ای با سرعت 600 m/s به صورت زیر به سمت آن پرتاب می‌کند.



اگر یک اختلاف زمانی باعث شود گلوله در نقطه A به هواپیما برخورد نکند زمانی را محاسبه کنید که گلوله در نقطه B روی هواپیما فرود آید زاویه θ را محاسبه کنید.