

جلسه هشتم

رابطه کار و انرژی

کار انجام شده توسط نیروهای خارجی بر روی یک دوه برابر تغییرات انرژی آن می باشد که تغییرات انرژی شامل تغییرات انرژی های ثقل، الاستیک فنر و جنبشی می باشد لذا :

$$U_{1-2} = \Delta V_g + \Delta V_E + \Delta T$$

$$\Delta V_g = mg(h_2 - h_1)$$

$$\Delta V_E = \frac{1}{2}K(x_2^2 - x_1^2)$$

$$\Delta T = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2)$$

لازم به ذکر است که رابطه ΔV_E معرفی شده برای یک فنر خطی می باشد و اگر فنر غیر خطی باشد باید از

$$\Delta V_E = \int F dx$$

انرژی آنرا محاسبه نمود.

برای حالتی که کار نیروهای خارجی بر روی ذره برابر صفر باشد داریم:

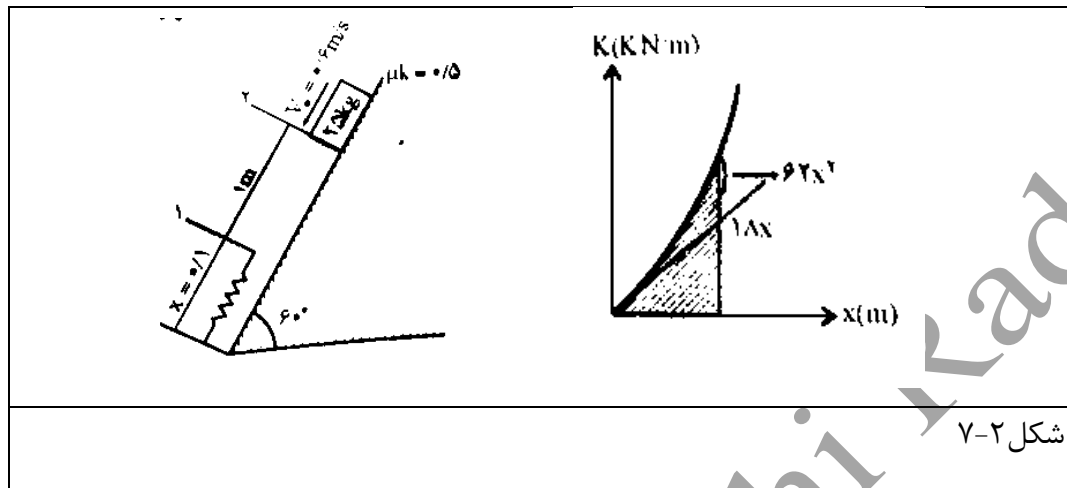
$$\Delta V_g + \Delta V_E + \Delta T = 0$$

که بیانگر قانون بقای انرژی مکانیکی می باشد.

مثال: لغزنده ای به جرم $25Kg$ در موقعیت نشان داده شده دارای سرعت اولیه $V_0 = 0.6 \frac{m}{s}$ بر روی

ریل شیبدار می باشد و تحت تأثیر نیروی ثقل و اصطکاک به سمت پایین می لغزد. ضریب اصطکاک جنبشی بین لغزنده و ریل 0.5 است. سرعت لغزنده را به هنگام عبور از موقعیتی تعیین کنید که فنر به اندازه

$x = 100$ فشرده شده باشد. فنر مقاومتی فشاری را از خود نشان میدهد و به فنر سخت شوند معروف است زیرا مطابق نمودار با افزایش تغییر طول فنر سختی آن افزایش می یابد.



ابتدا دیاگرام آزاد جسم باید رسم گردد (در کلاس رسم شد)

$$F = mg \sin \alpha - \mu_k mg \cos \alpha = mg(\sin \alpha - \mu_k \cos \alpha)$$

$$F = 25 * 9.81(\sin 60 - 0.5 \cos 60) = 151.08 N$$

کارنیرو وزن در اثر جابجایی برابرست با:

$$U_1 = F_0(1 + x) = 151.08(1 + 0.1) = 166.19 J$$

کار فنر برابرست با:

$$F = 1000(18x + 62x^2)$$

$$U_2 = \int_0^x F dx = \int_0^{0.1} 1000(18x + 62x^2) dx =$$

$$1000 \left[9x^2 + \frac{62}{3} x^3 \right]_0^{0.1} = 110.76 J$$

با نوشتن رابطه کار و انرژی داریم:

$$U_1 = U_2 + \frac{1}{2} m(V_2^2 - V_1^2) \rightarrow 166.19 = 110.67 + \frac{1}{2} 25(V_2^2 - 0.6^2) \rightarrow V_2 = 2.19 \frac{m}{s}$$

معادلات ضربه و ممثوم

روش سوم جهت تحلیل مسائل دینامیکی استفاده از معادلات ممثوم و ضربه می باشد. این روش بیشتر در تصادف و یا جدا شدن دو یا چند جسم و نیز نیروهای تابع زمان وارد به جسم مورد استفاده قرار میگیرد. معادلات ضربه و ممثوم را برای دو حرکت انتقالی و دورانی به صورت جداگانه بررسی می نمایم

ضربه و ممثوم خطی

ممثوم خطی بصورت حاصل ضرب جرم در سرعت به صورت ذیل تعریف میشود.

$$\vec{G} = m\vec{V}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتن میتوان رابطه ای بین نیرو و ممثوم را بصورت ذیل بدست آورد

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \Sigma \vec{F} = m\dot{\vec{V}}$$

اگر مقدار جرم ثابت باشد

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{V}) = \dot{\vec{G}}$$

معادله اخیر بیانگر این اصل است که برآیند کلیه نیروهای وارد به ذره برابر با تغییرات ممثوم خطی نسبت به زمان میباشد با انتگرال گیری نسبت به زمان خواهیم داشت:

$$\int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F} dt = \Delta \vec{G}$$

حاصل ضرب نیرو در زمان $\int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F} dt$ به عنوان ضربه خطی معرفی میگردد و برابر با تغییرات ممثوم

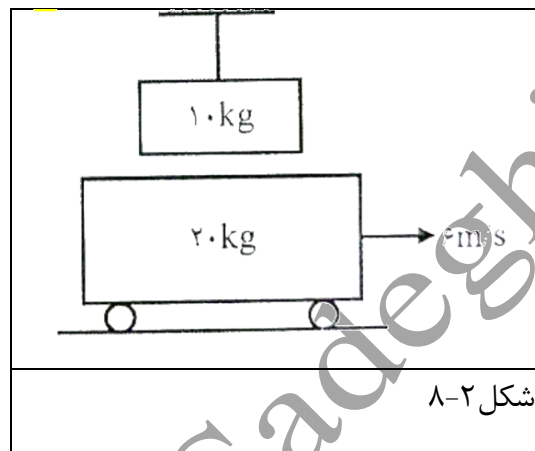
خطی در فاصله زمانی بین $t_1 - t_2$ می باشد. اگر ضربه خطی وارد به ذره برابر صفر باشد.

$$\Delta G = 0 \rightarrow G_2 = G_1$$

معادله فوق بیانگر اصل بقاء ممثوم خطی می باشد.

اصل بقاء ممنتوم خطی اگر ضربه خطی وارد به توه در یک بازه زمانی برابر صفر باشد مقدار ممنتوم خطی دره در بازه فوق مقداری ثابت خواهد بود.

مثال: گاری به جرم 20Kg با سرعت $6\frac{m}{s}$ به سمت راست حرکت می کند و در این هنگام طناب پاره می شود و قطعه 10Kg روی گاری می افتد. با فرض اینکه این قطعه قبل از افتادن روی گاری مدتی روی آن قرار داشته باشد، سرعت مشترک قطعه و گاری را هنگام ایستادن قطعه روی گاری بدست بیاورید.



اصل بقا مومنوم باید برقرار باشد و داریم:

$$G_1 = G_2 \rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V'$$

$$20 * 6 + 10 * 0 = (20 + 30) * V' \rightarrow V' = 4 \frac{m}{s}$$