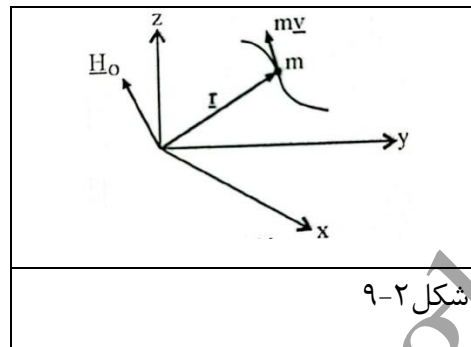


جلسه نهم

ضربه و مومنوم زاویه ای:

مومنوم زاویه ای که گشتاور بردار مومنوم خطی mV حول مبدا O می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:



$$\vec{H}_o = \vec{r} \times m\vec{V}$$

بردار $\vec{H}_o$ عمود بر صفحه ای است که بردارهای $\vec{r}$ و $\vec{V}$ در آن قرار دارد. بین برآیند گشتاور های وارد بر ذره و مومنوم زاویه ای می توان رابطه ای به صورت زیر نوشت:

$$\Sigma \vec{M}_o = \vec{r} \times \Sigma \vec{F} \rightarrow \Sigma \vec{M}_o = \vec{r} \times m\dot{\vec{V}}$$

$$\vec{H}_o = \vec{r} \times m\vec{V} \rightarrow \dot{\vec{H}}_o = \dot{\vec{r}} \times m\vec{V} + \vec{r} \times m\dot{\vec{V}}$$

از آنجا که $\dot{\vec{r}} = \vec{V}$ پس ضرب خارجی آنها برابر صفر است و داریم:

$$\dot{\vec{H}}_o = \vec{r} \times m\dot{\vec{V}}$$

$$\Sigma \dot{\vec{M}}_o = \dot{\vec{H}}_o$$

بر آینده گشتاور کلیه نیروهای وارد بر جرم m حول نقطه O برابر با تغییرات مومنوم زاویه ای m حول نقطه O نسبت به زمان میباشد. با انتگرال گیری از رابطه اخیر داریم :

$$\int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{M}_O dt = H_{O2} - H_{O1}$$

حاصل ضرب گشتاور در زمان $\int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{M}_O dt$ ضربه زاویه ای وارد بر جرم m حول نقطه O بوده و برابر با

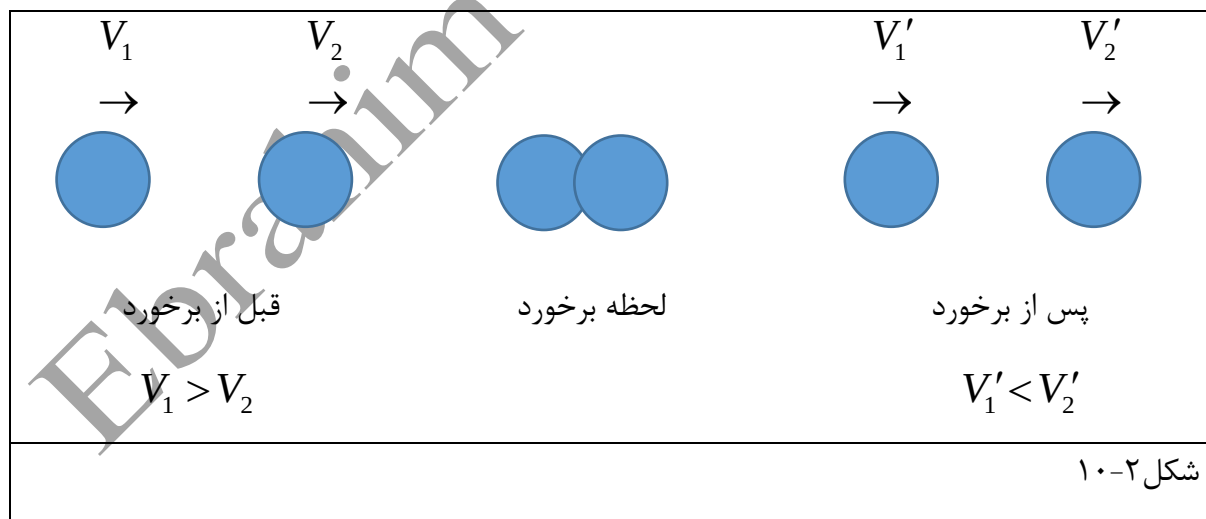
تغییرات ممنتوم زاویه ای می باشد اگر ضربه زاویه ای وارد بر ذره m در بازه زمانی را $t_2 - t_1$ صفر باشد داریم

$$H_{O2} = H_{O1}$$

اصل بقاء ممنتوم زاویه ای: اگر ضربه زاویه ای وارد بر جرم m در یک بازه زمانی برابر صفر باشد مقدار ممنتوم زاویه ای در ذره ثابت خواهد بود اصل بقاء ممنتوم زاویه ای ممکن است حول یک محور برقرار باشد و حول محور دیگر برقرار نباشد.

برخورد مستقیم

برخورد به معنای تصادف بین دو جسم و مشخصه آن تولید نیروهای ضرب های نسبتاً بزرگ مدت زمان کوتاه می باشد.



از آنجائیکه در راستای برخورد نیروهای بوجود آمده بین دو جسم از نوع نیروهای داخلی است و نیروی خارجی وجود ندارد لذا در امتداد راستای فوق اصل بقاء ممنتوم خطی برای مجموعه دو جسم برقرار می باشد

$$\vec{G}_1 = \vec{G}_2 \rightarrow m\vec{V}_1 + m\vec{V}_2 = m\vec{V}_1' + m\vec{V}_2'$$

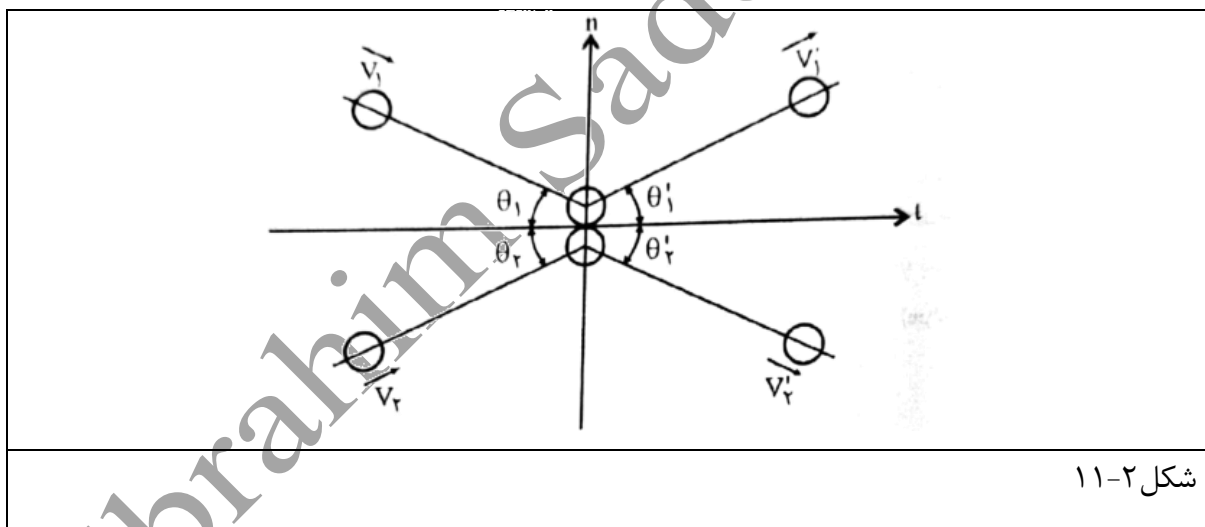
معادله فوق دارای دو محصول V_1', V_2' است لذا نیاز به یک راه دیگر داریم ضریب بازگشت e را به صورت ذیل تعریف میکنیم

$$e = \frac{V_2' - V_1'}{V_1 - V_2} = \frac{\text{سرعت نسبی دور شدن بعد از برخورد}}{\text{سرعت نسبی نزدیک شدن قبل از برخورد}}$$

با افزایش سرعت نسبی برخورد ضریب بازگشت e به سمت عدد خاصی میل می کند که این عدد بستگی به جنسی دو جسم تصادف کننده دارد اگر ضریب بازگشت برابر 1 باشد برخورد کاملاً الاستیک است و اگر برابر صفر باشد برخورد کاملاً پلاستیک می باشد.

برخورد مایل

در حالتی که برخورد دو جسم بصورت مایل می باشد میبایست بردار حرکت آنها را بر روی دو امتداد مماس بر مماس مشترک و عمود بر مماس مشترک تجزیه نمود.



شکل ۱۱-۲

نیروی متبادله در حین ضربه بین دو جرم فقط در جهت n عمود بر مماس مشترک خواهد بود و در جهت t مماس بر مماس مشترک نیرویی بین دو جسم متبادل نمیشود با صرف نظر از اصطاک بین دو جسم لذا در جهت t اصل بقاء ممنتوم خطی برای هر یک از جرمها بصورت مجزا صادق است ولی در جهت n اصل فوق فقط برای کل سیستم صادق است بنابراین:

$$m_1 V_1)_t = m_1 V_1')_t \rightarrow V_1)_t = V_1')_t \rightarrow V_1 \cos \theta_1 = V_1' \cos \theta_1'$$

$$m_2 V_2)_t = m_2 V_2')_t \rightarrow V_2)_t = V_2')_t \rightarrow V_2 \cos \theta_2 = V_2' \cos \theta_2'$$

$$m_1 V_1)_n + m_2 V_2)_n = m_1 V_1')_n + m_2 V_2')_n$$

$$m_1 V_1 \sin \theta_1 + m_2 V_2 \sin \theta_2 = m_1 V_1' \sin \theta_1' + m_2 V_2' \sin \theta_2'$$

$$e = \frac{V_2')_n - V_1')_n}{V_1)_n - V_2)_n}$$

چهار مجهول $\theta_2', \theta_1', V_2', V_1'$ از چهار معادله بالا بدست می آیند.

مثال: گلوله ای با سرعت U به سطح مسطح و بی اصطکاک برخورد می کند، اگر زاویه برخورد آن نسبت به عمود بر سطح θ باشد زاویه انعکاس یعنی ϕ بر حسب θ و ضریب بازگشت e چقدر است؟

گلوله جرم 1 و زمین جرم 2 در نظر گرفته می شود با توجه به ثابت بودن زمین بعد از برخورد محور افقی

محور t و محور عمودی محور n در نظر گرفته می شود و $(V_2)_t = 0, (V_2')_t = 0$ اصل بقا مومنوم

خطی برای گلوله 1 نتیجه می دهد که:

$$U \sin \theta = V \sin \phi$$

$$e = \frac{V_2')_n - V_1')_n}{V_1)_n - V_2)_n} = \frac{0 - V \cos \phi}{0 - U \cos \theta} \rightarrow e U \cos \theta = V \cos \phi$$