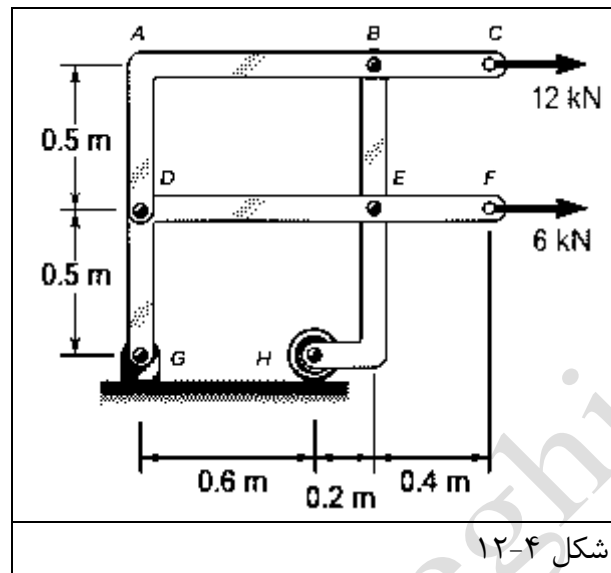


قسمت دهم

برای قاب و بارگذاری نشان داده شده مولفه های نیرو های عضو $DABC$ را در D, B بدست آورید

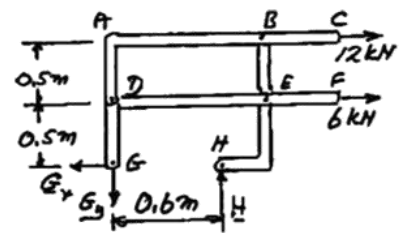


حل:

با رسم دیاگرام آزاد جسم داریم:

$$+\circlearrowleft \Sigma M_G = 0: H(0.6 \text{ m}) - (12 \text{ kN})(1 \text{ m}) - (6 \text{ kN})(0.5 \text{ m}) = 0$$

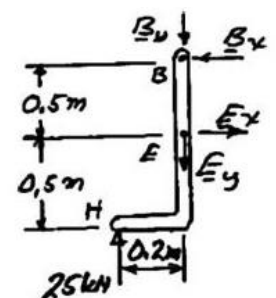
$$H = 25 \text{ kN} \quad \mathbf{H = 25 \text{ kN} \uparrow}$$



حال تعادل عضو BEH را در نظر می گیریم

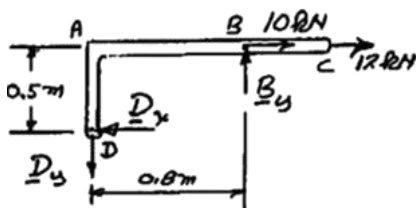
$$+\circlearrowleft \Sigma M_F = 0: B_x(0.5 \text{ m}) - (25 \text{ kN})(0.2 \text{ m}) = 0$$

$$B_x = +10 \text{ kN}$$



و در نهایت با یافتن مقادیر مجهول می توان مقادیر خواسته شده را محاسبه نمود

$$B_x = 10.00 \text{ kN} \rightarrow \blacktriangleleft$$



$$+\circlearrowleft \Sigma M_D = 0: -B_y(0.8 \text{ m}) + (10 \text{ kN} + 12 \text{ kN})(0.5 \text{ m}) = 0$$

$$B_y = +13.75 \text{ kN}$$

$$B_y = 13.75 \text{ kN} \uparrow \blacktriangleleft$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0: -D_x + 10 \text{ kN} + 12 \text{ kN} = 0$$

$$D_x = +22 \text{ kN}$$

$$D_x = 22.0 \text{ kN} \leftarrow \blacktriangleleft$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0: -D_y + 13.75 \text{ kN} = 0$$

$$D_y = +13.75 \text{ kN}$$

$$D_y = 13.75 \text{ kN} \downarrow \blacktriangleleft$$

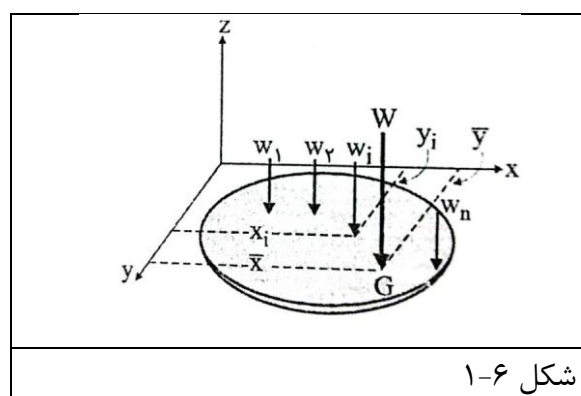
فصل ششم: مرکز سطح

مرکز نیروهای موازی

اگر n نیروی $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ به صورت موازی در صفحه بدون وزنی وارد شوند می توان برآیند آن نیروها W را در نقطه ای مشخص در صفحه وارد کرد که همان اثر نیروی موازی را اعمال کند نقطه محل اعمال نیرو را با G نشان می دهیم و فاصله آن را تا محورهای مختصات را $\bar{X}, \bar{Y}$ می نامیم داریم:

گشتاور نیروها حول محور y :

$$\bar{X}W = x_1w_1 + x_2w_2 + \dots + x_nw_n$$



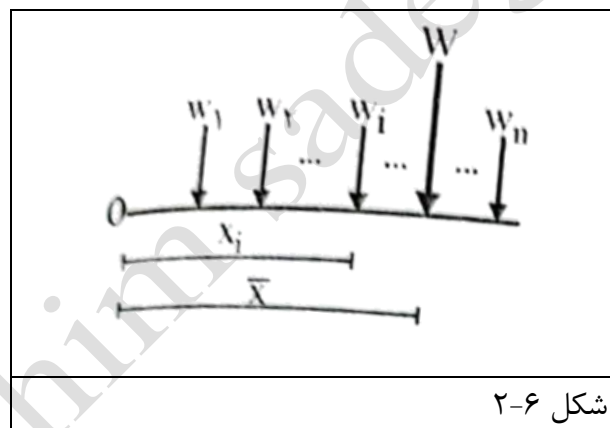
با توجه به اینکه $W = w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n$ داریم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

به همین ترتیب با گشتاور گیری حول محور X می توان نشان داد:

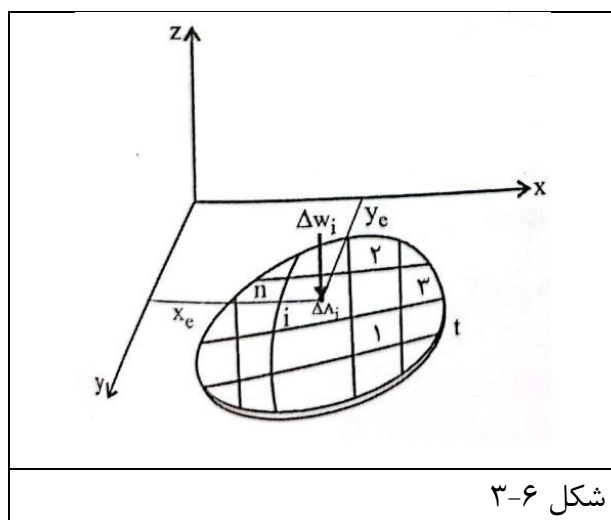
$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

با توجه به روابط بالا برای حالت یک بعدی میتوان براحتی نوشت:



$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

مرکز سطح:



صفحه به وزن W با ضخامت ثابت t در نظر بگیریم اگر این صفحه را به n قطعه یا المانی کوچک تقسیم کنیم در صورتی که حجم المان i ام V_i و وزن آن برابر Δw_i و برابر $\Delta w_i = \gamma V_i = \gamma t \Delta A_i$ است که در آن ΔA_i مساحت المان و γ وزن مخصوص صفحه می باشد. وزن المان ها را می توان مثل مثال قبل به صورت نیروهای موازی که به صفحه وارد می شود فرض کرد.

اگر نقطه اثر نیروی i ام را x_{ei}, y_{ei} فرض کنیم مختصات مرکز ثقل صفحه به شکل زیر می باشد:

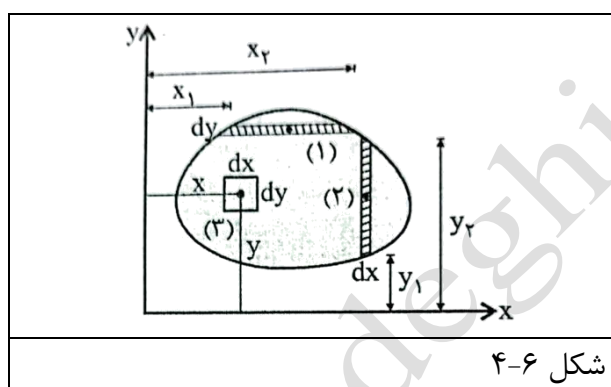
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ei} \gamma t) \Delta A_i}{\sum_{i=1}^n (\gamma t \Delta A_i)}, \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ei} \Delta A_i}{\sum_{i=1}^n \Delta A_i}, \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_{ei} \Delta A_i}{\sum_{i=1}^n \Delta A_i}$$

و با توجه به تعریف انگرال برای بی نهایت المان داریم:

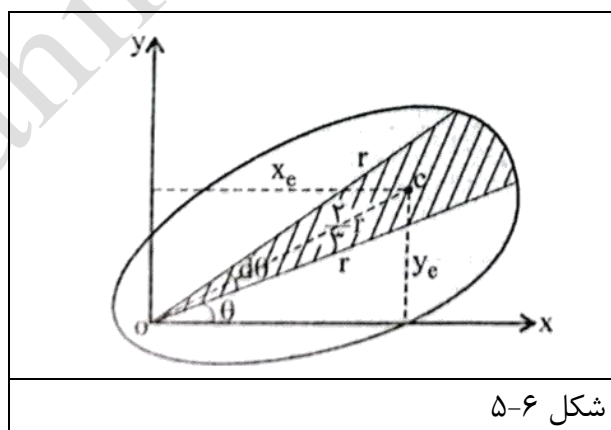
$$\bar{x} = \frac{\int_A x_e dA}{\int_A dA}, \bar{y} = \frac{\int_A y_e dA}{\int_A dA}$$

برای به دست آوردن مرکز هندسی یک یکنواخت در حالت دو بعدی می توانید سه المان داده شده را در نظر بگیرید.

$$(I) \begin{cases} x_e = \frac{x_2 + x_1}{2} \\ y_e = y \\ dA = (x_2 - x_1)dy \end{cases}, \text{ or } (II) \begin{cases} x_e = x \\ y_e = \frac{y_2 + y_1}{2} \\ dA = (y_2 - y_1)dx \end{cases}, \text{ or } (III) \begin{cases} x_e = x \\ y_e = y \\ dA = dxdy \end{cases}$$

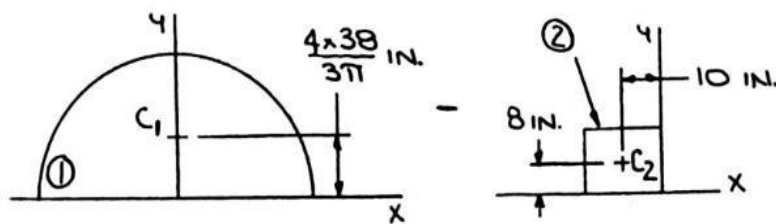
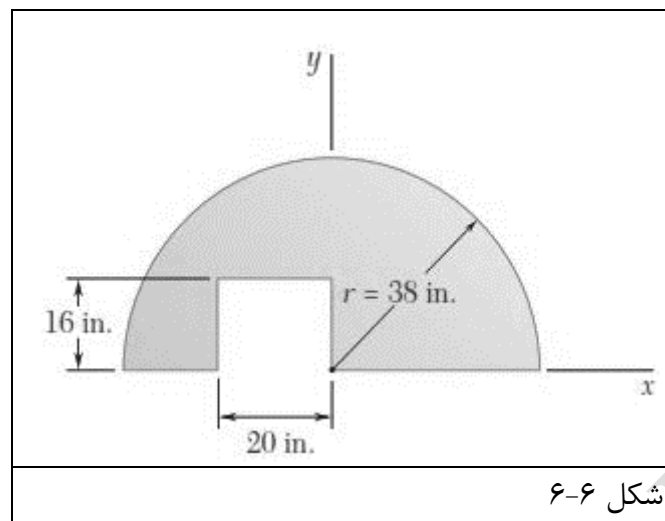


و در مختصات قطبی داریم:



$$x_e = \frac{2}{3} r \cos \theta, y_e = \frac{2}{3} r \sin \theta, dA = \frac{1}{2} r^2 d\theta$$

مثال: مرکز سطح داده شده را محاسبه کنید.



	A, in^2	$\bar{x}, \text{in.}$	$\bar{y}, \text{in.}$	$\bar{x}A, \text{in}^3$	$\bar{y}A, \text{in}^3$
1	$\frac{\pi}{2}(38)^2 = 2268.2$	0	16.1277	0	36,581
2	$-20 \times 16 = 320$	-10	8	3200	-2560
Σ	1948.23			3200	34,021

$$\bar{X} = \frac{\Sigma \bar{x}A}{\Sigma A} = \frac{3200}{1948.23}$$

$$\bar{X} = 1.643 \text{ in.} \blacktriangleleft$$

$$\bar{Y} = \frac{\Sigma \bar{y}A}{\Sigma A} = \frac{34,021}{1948.23}$$

$$\bar{Y} = 17.46 \text{ in.} \blacktriangleleft$$