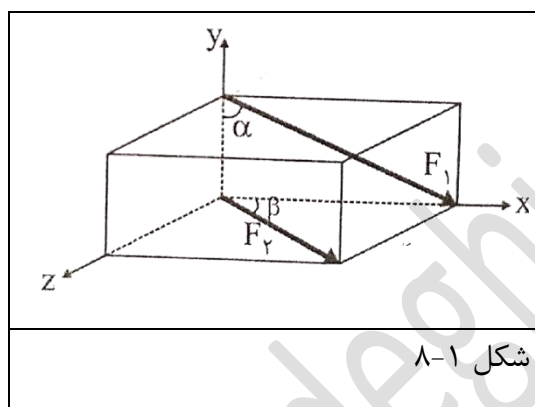


استاتیک

جلسه دوم

مثال ۱-۱: در شکل نشان داده شده، اندازه برآیند دو نیروی $F_1 = 300N$ و $F_2 = 100N$ را به دست آورید. امتداد نیروی F_1 از نقاطی به مختصات $A(0,6,0)$ و $B(8,0,0)$ و امتداد نیروی F_2 از مبدأ و نقطه $C(8,0,5)$ می گذرد.



امتداد نیرو F_1 به شکل زیر قابل محاسبه است:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = x_B - x_A = 8 \\ \Delta y_1 = y_B - y_A = -6 \\ \Delta z_1 = z_B - z_A = 0 \end{cases}$$

و داریم:

$$\Delta_1 = \sqrt{(\Delta x_1)^2 + (\Delta y_1)^2 + (\Delta z_1)^2} = \sqrt{(8)^2 + (-6)^2 + (0)^2} = 10$$

برای محاسبه کسینوس های هادی نیروی F_1 داریم:

$$\cos \theta_{x1} = \frac{\Delta x_1}{\Delta} = \frac{8}{10} \rightarrow \theta_{x1} = \cos^{-1}\left(\frac{8}{10}\right) = 36.86^\circ$$

$$\cos \theta_{y1} = \frac{\Delta y_1}{\Delta} = \frac{-6}{10}$$

$$\cos \theta_{z1} = \frac{\Delta z_1}{\Delta} = 0$$

و امتداد نیرو F_2 به شکل زیر قابل محاسبه است:

$$\begin{cases} \Delta x_2 = x_C - x_O = 8 \\ \Delta y_2 = y_C - y_O = 0 \\ \Delta z_2 = z_C - z_O = 5 \end{cases}$$

و داریم:

$$\Delta_2 = \sqrt{(\Delta x_2)^2 + (\Delta y_2)^2 + (\Delta z_2)^2} = \sqrt{(8)^2 + (0)^2 + (5)^2} \approx 9.43$$

برای محاسبه کسینوس های هادی نیروی F_2 داریم:

$$\cos \theta_{x2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta} = \frac{8}{9.43} \rightarrow \theta_{x1} = \cos^{-1}\left(\frac{8}{9.43}\right) = 31.97^\circ$$

$$\cos \theta_{y2} = \frac{\Delta y_2}{\Delta} = 0$$

$$\cos \theta_{z2} = \frac{\Delta z_2}{\Delta} = \frac{5}{9.43}$$

حال میتوان مقدار مولفه های هر نیرو را روی محور های x ، y و z بدست آورد و برای F_1 داریم:

$$F_{x1} = F_1 \cos \theta_{x1} = 300N * 0.8 = 240N$$

$$F_{y1} = F_1 \cos \theta_{y1} = 300N * -0.6 = -180N$$

$$F_{z1} = F_1 \cos \theta_{z1} = 300N * 0 = 0$$

و برای F_2 داریم:

$$F_{x2} = F_2 \cos \theta_{x2} = 100N * \frac{8}{9.43} = 84.84N$$

$$F_{y2} = F_2 \cos \theta_{y2} = 100N * 0 = 0$$

$$F_{z2} = F_2 \cos \theta_{z2} = 100N * \frac{5}{9.43} = 53.02N$$

بنابراین طبق فرمول گفته شده برای بردار برآیند نیروها داریم:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (\Sigma F_x)\vec{i} + (\Sigma F_y)\vec{j} + (\Sigma F_z)\vec{k} = (324.84)\vec{i} + (-180)\vec{j} + (53.02)\vec{k}$$

و مقدار برآیند نیروها برابر است با:

$$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} = 375.14N$$

تصویر نیرو بر امتداد داده شده:

تصویر نیروی $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ بر امتداد دلخواه L که بردار واحد (بردار یکه) آن امتداد به صورت $\vec{\lambda} = \lambda_x \vec{i} + \lambda_y \vec{j} + \lambda_z \vec{k}$ می باشد، برابر است با حاصلضرب داخلی نیروی F در بردار واحد (بردار یکه) امتداد λ ، بنابراین داریم:

$$\vec{\lambda} \cdot \vec{F} = F_x \lambda_x + F_y \lambda_y + F_z \lambda_z \quad \text{: تصویر نیروی } F \text{ روی امتداد } L$$

که در آن λ_x ، λ_y و λ_z COS هادی های امتداد L یا به عبارت دیگر COS های زوایای امتداد L با محورهای x ، y و z می باشند.

لازم به ذکر است که برای به دست آوردن COS های هادی مربوط به یک بردار، مؤلفه های بردار را بر اندازه بردار تقسیم می کنیم. برای مثال COS های هادی بردار:

$$\vec{A} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$$

برابرند با:

$$\lambda_x = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \lambda_y = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \lambda_z = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

برای مثال برای به دست آوردن تصویر نیروی $\vec{F} = 7\vec{i} - 35\vec{j} - 28\vec{k}$ بر امتداد $\vec{AB} = 6\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ابتدا COS های هادی بردار $\vec{AB}$ را به دست می آوریم و داریم:

$$\lambda_x = \frac{6}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{6}{7},$$

$$\lambda_y = \frac{-3}{7}, \lambda_z = \frac{2}{7}$$

$$\vec{F}_{AB} = 7 * \frac{6}{7} + (-35) * \frac{-3}{7} + (-28) * \frac{2}{7} = 13$$

تصویر نیروی $\vec{F}$ بر امتداد $\vec{AB}$