

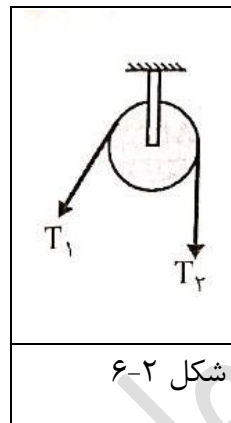
جلسه چهارم

قرقره ها:

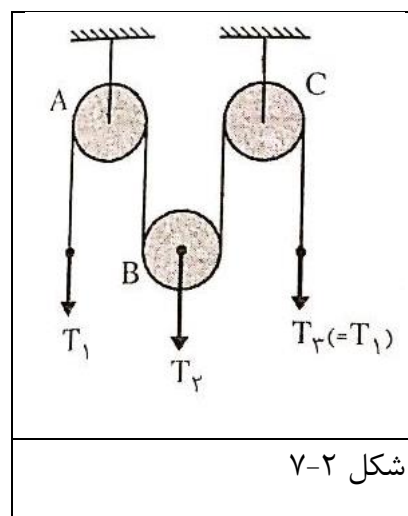
قرقره ها به منظور تغییر جهت در کابل ها و تسمه ها در سیستم به کار می روند.

در صورت عدم وجود اصطکاک بین کابل و قرقره کشش کابل، کشش در دوران آن برابر است یعنی:

$$T_1 = T_2$$



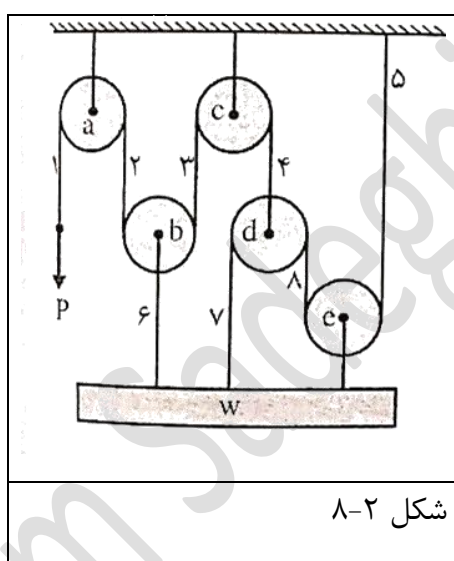
در صورتی که مرکز قرقره ثابت باشد آن را قرقره ی ثابت و در غیر این صورت آن را قرقره ی متحرک می نامند، به عنوان مثال در شکل زیر قرقره های A و B ثابت و قرقره ی C متحرک است. اگر کابل از تعدادی قرقره بدون اصطکاک عبور کند کشش در کلیه نقاط آن ثابت است.



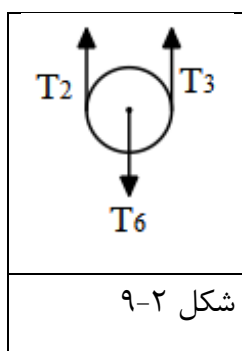
از سیستم قرقره و کابل، جهت جابه جایی با نیروی کمتر استفاده می گردد برای بررسی سیستم شامل قرقره، با معلوم بودن نیرو در یکی از کابل ها و در نظر گرفتن معادله تعادل، نیرو در سایر کابل ها قابل محاسبه است.

برای مثال در شکل روبرو نیروی P در انتهای کابل (۱) به سیم اعمال می شود، بنابر نکته گفته شده نیرو در کابل های دو، سه و چهار برابر می باشد یعنی:

$$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = P$$



حال تعادل قرقره ی B را در نظر بگیرید:

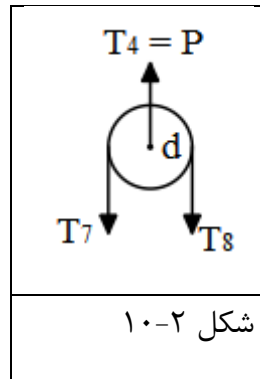


$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_2 + T_3 - T_6 = 0 \rightarrow 2P = T_6$$

$$T_5 = T_7 = T_8$$

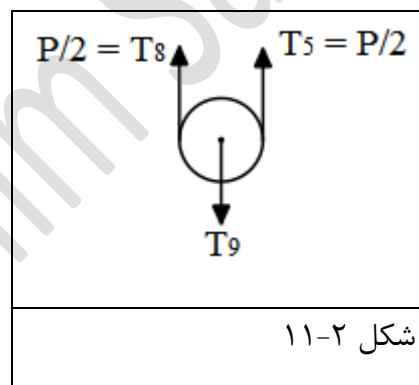
از طرفی نیرو در کابل های ۵، ۷ و ۸ نیز برابر است، یعنی:

با در نظر گرفتن تعادل قرقه ی D داریم:



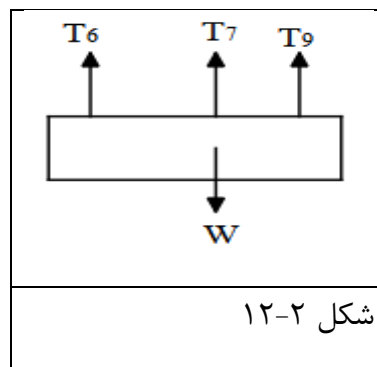
$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_4 - T_7 - T_8 = 0 \rightarrow T_7 = T_8 = \frac{T_4}{2} = P/2$$

حال تعادل قرقه ی e را در نظر می گیریم:



$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_8 + T_5 - T_9 = 0 \rightarrow T_9 = P$$

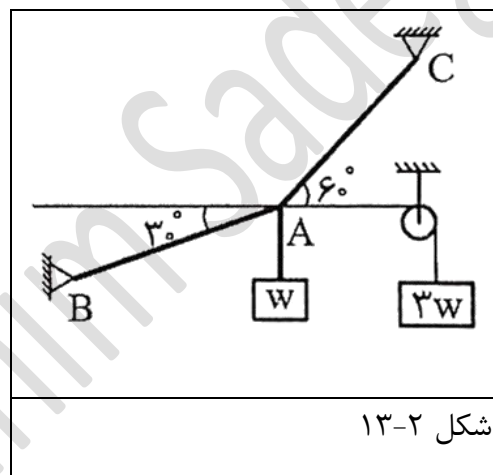
با در نظر گرفتن تعادل وزنه W داریم:



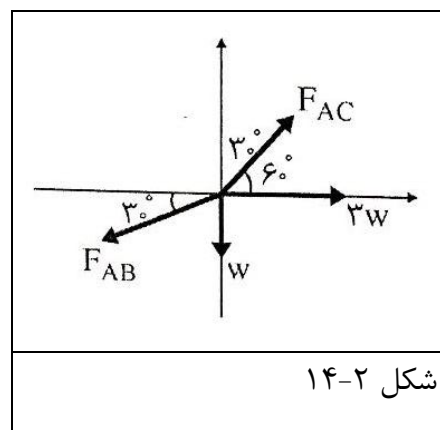
$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_2 + T_7 + T_9 - w = 0$$

$$\rightarrow 2P + \frac{P}{2} + P = W \rightarrow W = \frac{7}{2}P \rightarrow P = \frac{2}{7}W$$

مثال) در شکل نشان داده شده، نیرو در میله ی AB را بدست آورید. (بر حسب W)



ابتدا باید دیاگرام آزاد نقطه A را رسم کنیم



باتوجه به اینکه نیرو در کابل تغییر نمی کند (یعنی $T = 3W$) داریم:

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{AC} \cos 30^\circ + W - F_{AB} \sin 30^\circ = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{AC} \cos 60^\circ + 3W - F_{AB} \cos 30^\circ = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} -F_{AC} \cos 60^\circ - F_{AB} \cos 30^\circ = 3W \\ F_{AC} \sin 60^\circ - F_{AB} \sin 30^\circ = W \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{AC} \sin 60^\circ \\ -F_{AB} \sin 30^\circ - W = 0 \end{cases}$$

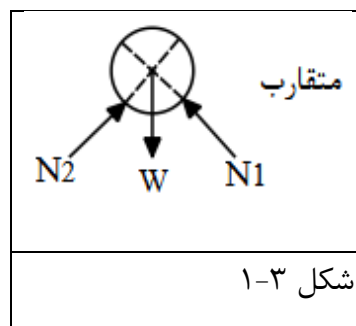
$$\rightarrow \begin{cases} \times 0.87 \{ -0.435F_{AC} + 0.7569F_{AB} = 2.61W \\ \times 0.5 \{ +0.425F_{AC} + (-0.25F_{AB}) = 0.5W \end{cases}$$

$$\rightarrow 0.5069F_{AB} = 3.11W \rightarrow F_{AB} = \frac{3.11}{0.5069} = 6.23W$$

فصل سوم: تعادل اجسام صلب

جسم صلب: جسمی است که فاصله نسبی نقاط آن قبل و بعد از بارگذاری تغییر نکند به عبارت دیگر تغییر شکل ندهد.

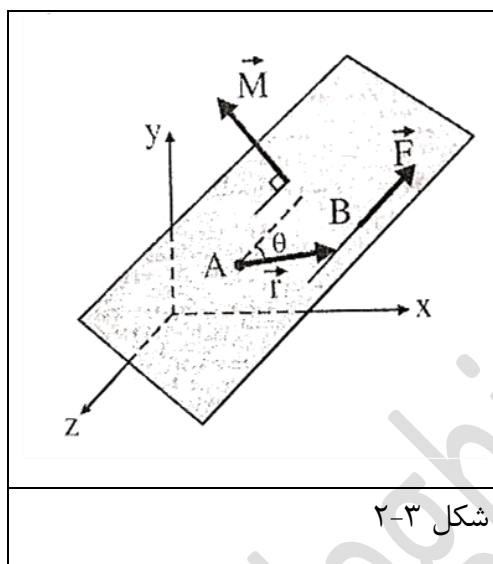
نکته: در تعادل نقطه مادی نیروهای وارد متقارب می باشند اما در تعادل اجسام صلب نیروها الزاماً متقارب نیستند و می توانند باعث دوران جسم صلب شوند، از این روی علاوه بر تعادل نیروها باید تعادل کوپل ها و گشتاورها نیز برقرار باشد. (متقارب یعنی نیروها یا امتداد نیروها یکدیگر را در یک نقطه قطع می کنند)



گشتاور نیرو حول یک نقطه:

گشتاور نیروی $\vec{F}$ حول نقطه ی A برابر است با حاصل ضرب خارجی بردار $\vec{r}$ در نیروی $\vec{F}$ یعنی:

$$\vec{M}_A = \vec{r} \times \vec{F}$$



شکل ۲-۳

ابتدای بردار $\vec{r}$ در نقطه ی A و انتهای آن در یک نقطه ی دلخواه مانند B روی بردار $\vec{F}$ یا امتداد آن می باشد. بنابراین $\vec{M}$ یک کمیت برداری است که اندازه ی آن برابر حاصلضرب اندازه بردارهای $\vec{r}$ و $\vec{F}$ در سینوس زاویه ی بین آن ها می باشد، یعنی:

$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \times |\vec{F}| \sin \theta$$

امتداد $\vec{M}$ طبق قانون دست راست تعیین می گردد.

در صورتی که $\vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k}$ و $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ باشد آنگاه گشتاور نیروی $\vec{F}$ حول نقطه ی A به صورت زیر محاسبه می گردد.

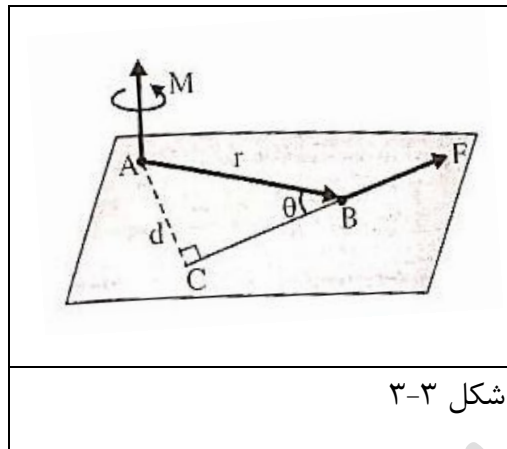
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \det \begin{vmatrix} i & j & k \\ r_x & r_y & r_z \\ f_x & f_y & f_z \end{vmatrix}$$

که در آن $r_x = x_B - x_A$ و $r_y = y_B - y_A$ و $r_z = z_B - z_A$ می باشند که F_x ، F_y و F_z مؤلفه

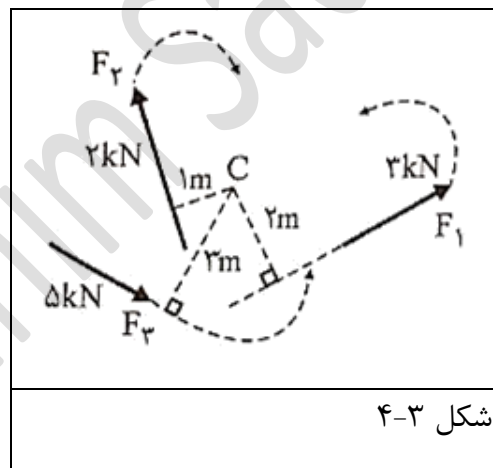
های نیرو در راستاهای x، y و z هستند.

می توان شکل ساده تری برای گشتاور در حالت دو بعدی حول یک نقطه به صورت زیر ارائه داد.

$$M = Fr \sin \theta = Fd$$



برای پیدا کردن مقدار گشتاور نیروی $\vec{F}$ حول نقطه ی A می توان به کمترین فاصله بین نقطه ای A و امتداد نیروی $\vec{F}$ را با d نشان داد، حاصلضرب $\vec{F}$ در d مقدار گشتاور را خواهد داد. (کوتاه ترین فاصله یک نقطه تا یک خط T فاصله ی عمودی آن است). به عنوان مثال گشتاور در نیروهای داده شده را حول نقطه ی C محاسبه کنید.



$$\Sigma M_C = +3000N * 2m - 2000N * 1m + 5000N * 3m = 19000N.m \quad C.C.W$$

علامت C.C.W مخفف Counter Clock Wise یعنی پاد ساعت گرد می باشد و معمولاً مثبت در نظر

گرفته می شود، علامت C.W مخفف Clock Wise یعنی ساعتگرد می باشد و معمولاً منفی در نظر

گرفته می شود