

قسمت نهم

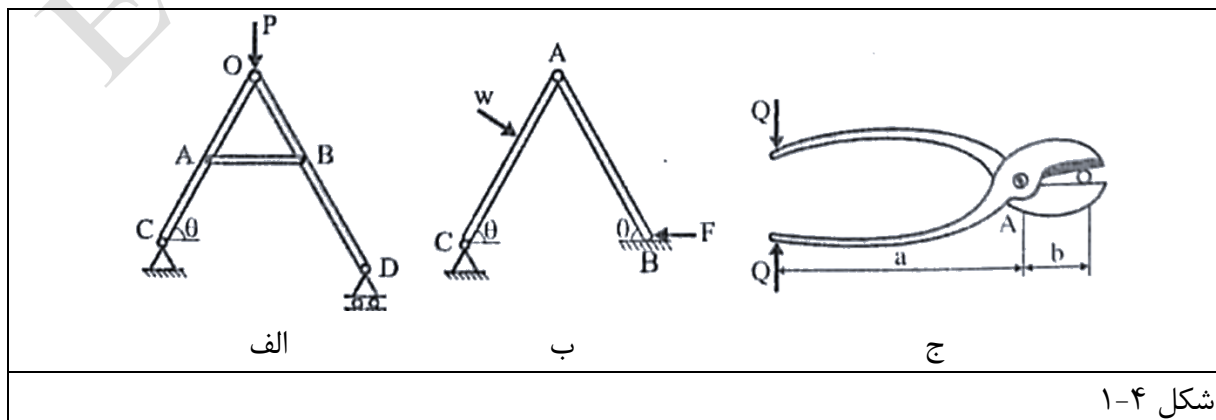
فصل پنجم: ماشین ها و قاب ها

قاب ها سازه هایی هستند که از اتصال عضو های مختلف به یکدیگر ساخته می شود. در اینجا قاب های مورد بررسی قرار می گیرند که در آنها عضو ها به صورت مفصلی به هم متصل شده اند. تفاوت قاب با خرپا در این است که در خرپا نیروها فقط در دو انتهای عضو روی مفصل ها به خط وارد می شوند، بنابراین اعضای آن دو نیرویی هستند و تنها نیروهای محوری در آن به وجود می آیند. در قاب ها عضو ها چند نیرویی هستند به این معنی که نیروها و کوپل ها علاوه بر دو انتهای عضو می توانند در هر نقطه دلخواه دیگر به عضو وارد شود.

با توجه به مطالب بالا در استاتیک قاب ها را می توان به این صورت تعریف نمود قاب ها سازه های چند عضوی و ثابتی می باشد که حداقل دارای یک عضو چند نیروی اند ماشین ها نظیر قاب ها هستند با این تفاوت که شکل ماشین ها مانند قاب ها ثابت نبوده و اعضای آن بسته به شرایط تکیه گاهی و یا بارگذاری می توانند متحرک باشند و باعث تغییر شکل آن شود.

برای مثال، شکل ۱-۴ الف یک قاب می باشد عضو AB از باز شدن اعضای OC و OD جلوگیری می کند. در نتیجه پایه غلتکی D نمی تواند روی سطح افقی حرکت کند و شکل تغییر نمی کند نیروی P که به قاب وارد می شود توسط اعضا و پایه ها تحمل می گردد افزایش P باعث افزایش نیرو در پایه ها و اعضا می شود ولی شکل قاب تغییر نمی کند در سازه شکل ۱-۴ ب، با افزایش نیروی F ، نقطه B انتهای عضو AB روی سطح افقی حرکت می کند و زاویه θ افزایش می یابد و باعث می شود شکل سازه نسبت به حالت اولیه آن تغییر کند بنابراین این سازه ماشین یا مکانیزم نامیده می شود.

شکل ۱-۴ ج نیز ماشین می باشد. ماشین ها برای انتقال یا افزایش نیرو به کار گرفته می شوند انبردست نشان داده شده در شکل ۱-۴ ج باعث می شود چندین برابر نیروی Q به حلقه کوچکی که در انتهای دهانه آن واقع شده است اعمال گردد.



آنالیز قاب ها

منظور از آنالیز قاب ها به دست آوردن نیروی عکس العمل پایه ها و نیروهایی که در مفصل ها به عضو وارد می شود می باشد برای این منظور می توان سه مرحله زیر را به کار برد:

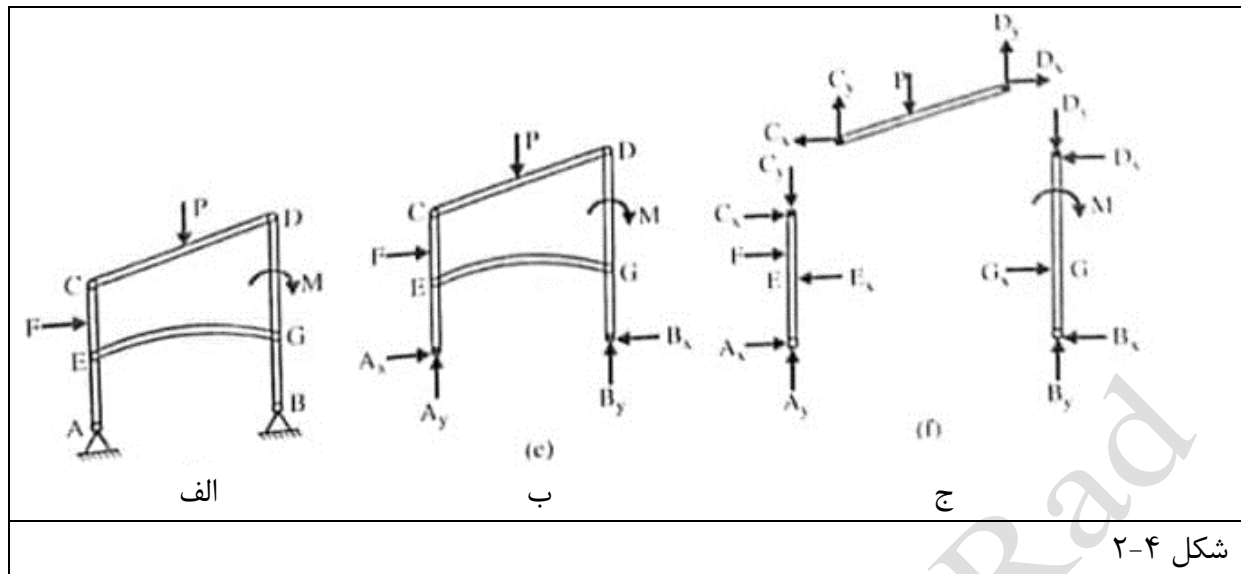
۱- بسته به خواسته مسئله ابتدا پیکر آزاد کل قاب را در نظر می گیریم و سه معادله تعادل را برای این پیکر می نویسیم و تا آنجا که ممکن است نیروهای عکس العمل پایه ها را به دست می آوریم ممکن است نتوان با نوشتن سه معادله تعادل همه عکس العمل ها را به دست آورد برای مثال در شکل ۴-۲-الف با نوشتن سه معادله تعادل نمی توان چهار نیروی مشغول پایه ها (A_x, A_y, B_x, B_y) را محاسبه نمود ولی میتوان با در نظر گرفتن شکل ۴-۲-ب و معادلات تعادل $\sum M_A = 0$ و $\sum M_B = 0$ نیروهای A_y و B_y را مستقیماً محاسبه نمود در صورتیکه یکی از پایه ها مثلاً پایه B غلطکی باشد $(B_x = 0)$ با در نظر گرفتن سه معادله تعادل سه نیروی مجهول در پایه ها محاسبه می گردد.

۲- اعضا را از محل اتصال مفصل ها از هم جدا ساخته و پیکرش آزاد آنها را رسم میکنیم نیرویی که یک عضو در محل اتصال به عضو دیگر به مفصل وارد می کند دارای امتداد و مقدار مجهول می باشد که معمولاً توسط مولفه هایش در دو جهت دلخواه عمود بر هم نشان داده می شود برای مثال نیرویی که مفصل C به عضو CD وارد می شود را به دو مولفه مجهول C_x و C_y در جهت عمود و قائم نشان می دهیم. شکل ۴-۲-ج

بسته به شکل و خواسته مسئله می توان C_x را در امتداد CD و C_y را در جهت عمود به آن نشان داد. در صورتی که به مفصل C نیروی خارجی وارد نشود نیرویی که از طرف مفصل C به عضو CA وارد میشود مساوی و مخالف جهت C_x و C_y می باشد. شکل ۴-۲-ج

توجه داشته باشیم عضو های دو نیروی را در یک قاب مشخص کنیم. نیرویی که عضو نیروی به مفصل ها در دو انتهای وارد می کند در امتداد خطی است که دو انتهای آن را به هم متصل می کند. بنابراین امتداد این نیروها مشخص می باشد. فقط مقدار آن مجهول است. در شکل ۴-۲-ج عضو خمیده EG دو نیرویی می باشد بنابراین نیرویی که این عضو به مفصل های E و G وارد می کند در امتداد EG و به صورت افقی می باشد. $(E_x = G_x)$

۳- سه معادله تعادل را برای پیکر آزاد هر عضو می نویسیم تا معادلات لازم برای محاسبه مجهول ها بدست آید در صورتی که علامت تعدادی از نیروهای محاسبه شده منفی شود این بدان معنی است که جهت انتخاب شده برای این نیروها صحیح نمی باشد و باید برعکس شود

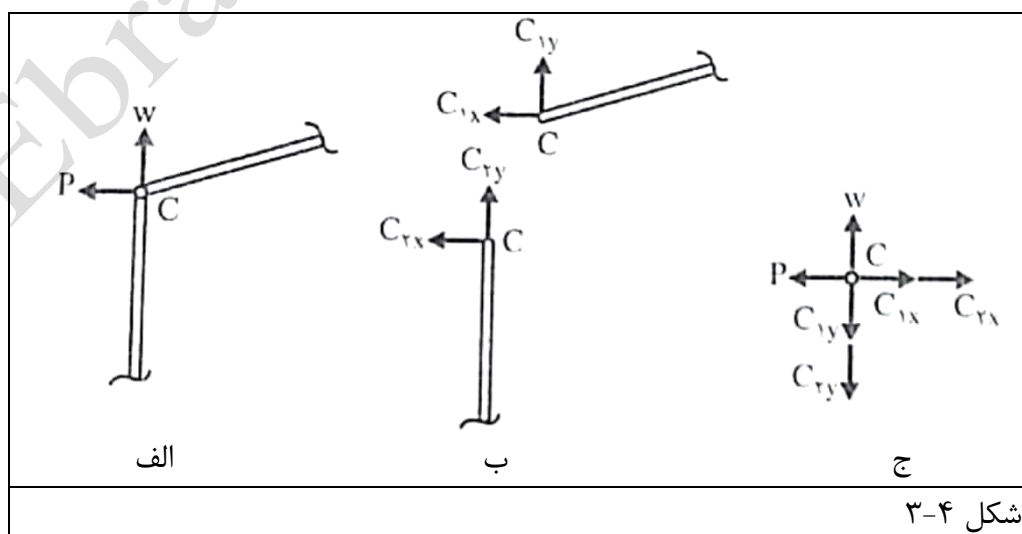


همانطور که ملاحظه می شود نیروهای C_x و C_y که در مفصل C به دو عضو CA و CD وارد می شود برابر و در جهت مخالف می باشد. در صورتی که به این مفصل نیروی خارجی مثلاً P و W مطابق شکل ۳-۴ الف وارد شود در این حالت نیرویی که از طرف پین C به اعضای CD و CA وارد می شود همانطور که در شکل ۳-۴ ب نشان داده شده است متفاوت می باشد. شکل ۳-۴ ج.

پیکر آزاد پین اتصال دو عضو (۱) و (۲) را نشان می دهد با توجه به پیکر آزاد پین C داریم:

$$C_{1y} + C_{2y} = W, C_{1x} + C_{2x} = P$$

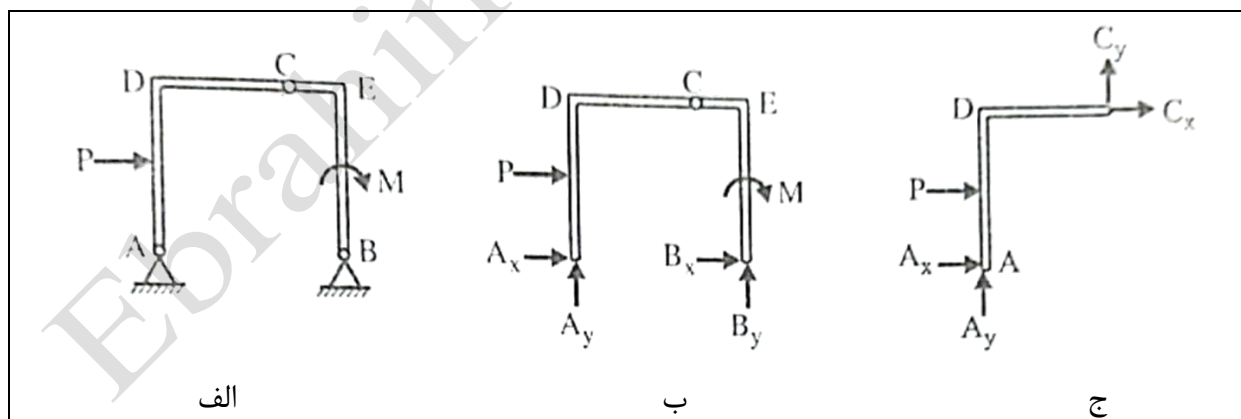
توجه داشته باشیم چهار نیروی $C_{1x}, C_{2x}, C_{1y}, C_{2y}$ که در شکل زیر نشان داده شدند نیروهایی هستند که از طرف پین C به دو عضو وارد می شود. نیروهایی که از طرف دو عضو به پین C وارد می شوند، مساوی و در جهت خلاف این چهار نیرو هستند که در شکل ۳-۴ ج نشان داده شده اند.

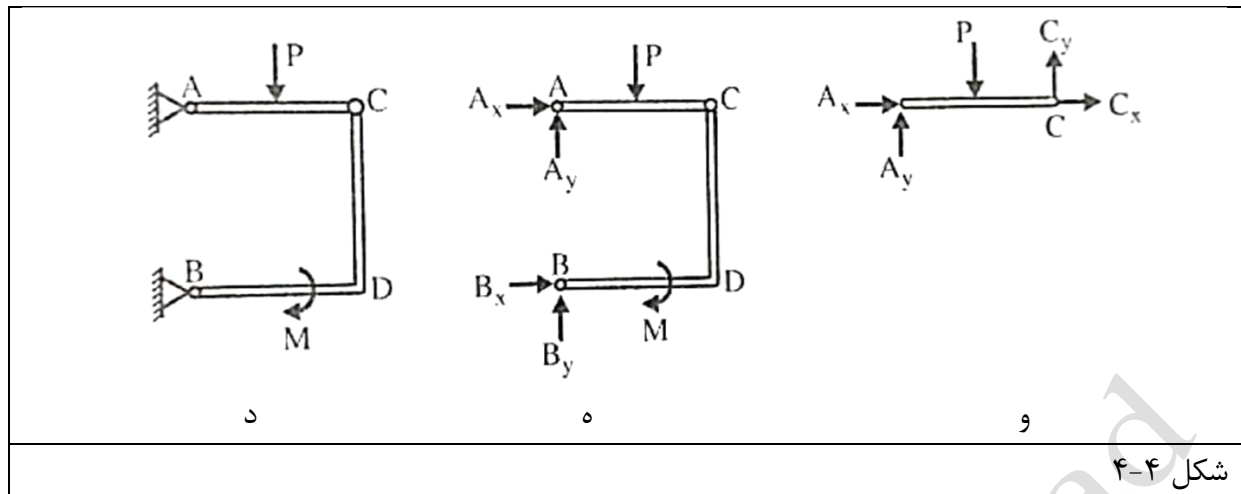


نکته تعداد قابل توجهی از مسائل مربوط به قاب ها به خصوص تست ها از اتصال مفصلی دو عضو یکدیگر تشکیل شده است خواسته مسئله عکس العمل پایه آیا نیروی وارد به اعضا در محل اتصال می باشد اینگونه قاب ها را می توان به دو نوع تقسیم بندی نمود

نوع اول: پایه های قاب روی یک سطح افقی یا قائم قرار دارند مانند شکل های ۴-۴-الف و د در این حالت برای به دست آوردن نیروی عکس العمل پایه ها مثلاً پایه A در شکل الف ابتدا پیکر آزاد کل قاب را در نظر می گیریم شکل ۴-۴-ب. با توجه به اینکه نیرو از چهار نیروی مجهول پایه ها از B می گذرند با استفاده از معادله تعادل $\sum M_B = 0$ عکس العمل A_y مستقیم محاسبه می شود سپس پیکر آزاد عضوی که به پایه A متصل است یعنی عضو ADC در شکل ج را در نظر می گیریم و با نوشتن معادله تعادل گشتاور حول مفصل C ($\sum M_C = 0$) مقدار A_x محاسبه می شود همچنین برای بدست آوردن نیروی پایه A یا B در قاب د به ترتیبی که برای قاب شکل الف توضیح داده شد عمل می کنیم در صورتی که نیرو در مفصل C خواسته شده باشد برای مثال برای شکل الف ابتدا مانند قسمت اول پس از محاسبه نیروی A_y پیکر آزاد ADC را در نظر می گیریم شکل ج. با نوشتن معادله تعادل $\sum F_y = 0$ در شکل ج، مقدار C_y برای این پیکر محاسبه می گردد. سپس با در نظر گرفتن $\sum M_A = 0$ در شکل ج.

مقدار C_x را بدست می آید به همین ترتیب برای محاسبه نیرو در مفصل C در شکل د عمل می کنیم. توجه داشته باشیم در صورتی که یکی از اعضای قاب عضو دو نیروی باشد نیروی که آن عضو به مفصل وارد میکند در امتداد خط واصل بین دو انتهای آن عضو می باشد (به عضو EG در شکل های ۴-۲-ب و ج مراجعه شود) در این حالت با توجه به معلوم بودن امتداد نیرو مسئله به سادگی هر می گردد.

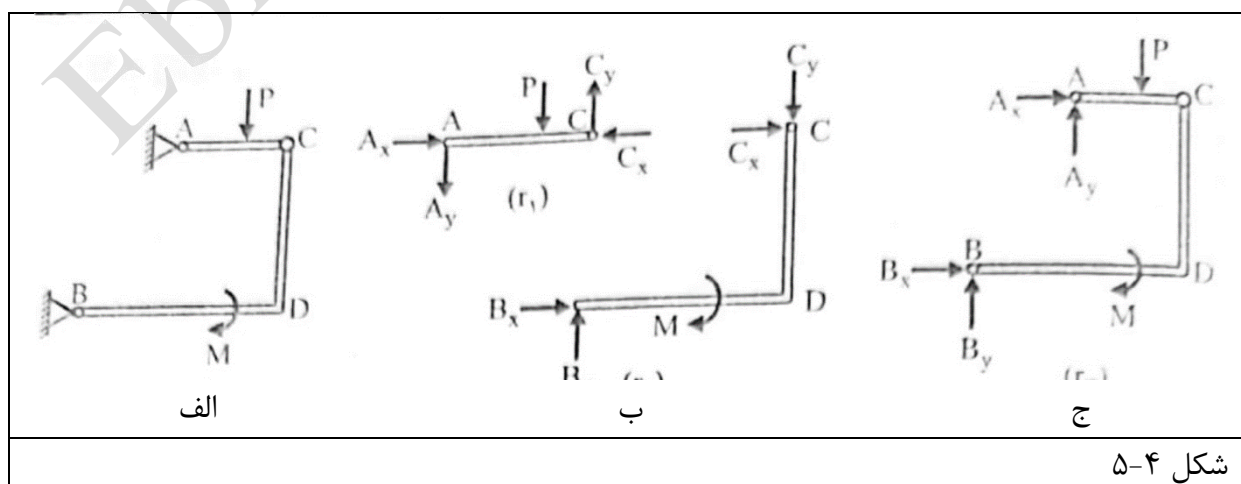




نوع دوم: پایه های قاب روی یک سطح افقی و قائم قرار ندارند مانند شکل های ۴-۵ و ۴-۶ برای این نوع قاب ها دو حالت زیر ممکن است وجود داشته باشد.

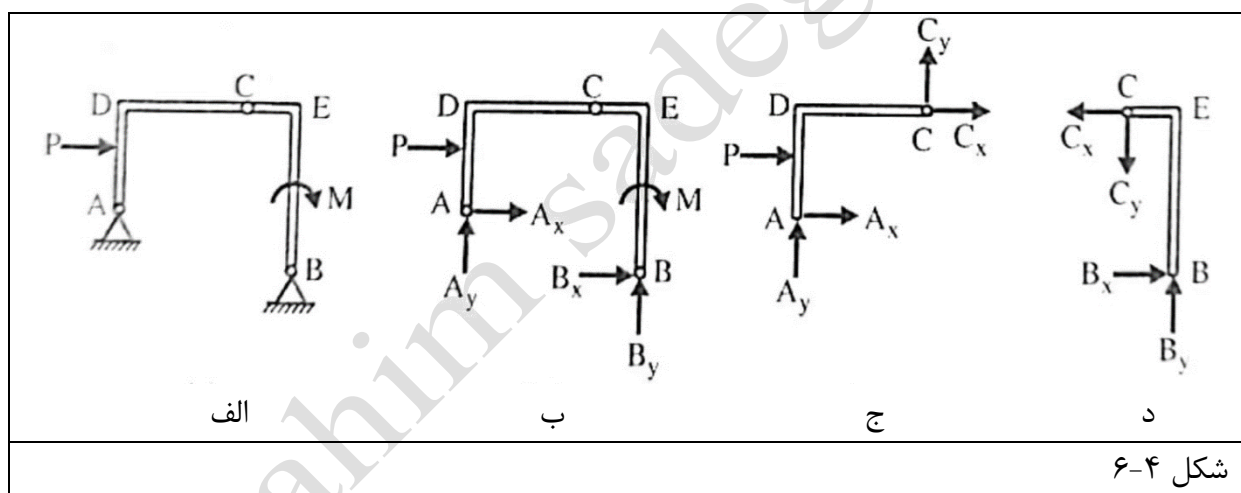
حالت الف: در این حالت یکی از مولفه های افقی یا قائم یکی از پایه ها از مفصل عبور می کند مانند شکل ۴-۵ برای به دست آوردن نیروهای پایه برای این حالت ابتدا پیکر آزاد عضوی را که یکی از مولفه های آن از مفصل عبور می کند در نظر بگیریم با نوشتن معادله تعادل گشتاور نیرو ها حول مفصل یکی از مولفه نیروی آن پایه مستقیماً محاسبه می شود با معلوم بودن این مولفه پیکر آزاد کل قاب را در نظر می گیریم و با نوشتن تعادل گشتاور نیرو ها پایه دیگر مولفه دیگر پایه به دست می آید.

برای مثال در شکل ۴-۵ مولفه افقی پایه A از مفصل C عبور می کند بنابراین برای به دست آوردن نیرو در پایه A پیکر آزاد عضو AC را که به پایه A متصل است در نظر می گیریم شکل ۴-۵-ب با نوشتن معادله گشتاور حول مفصل C ($\sum M_C = 0$) مولفه قائم پایه A (A_y) مستقیماً به دست می آید. سپس با در نظر گرفتن پیکر آزاد کل قاب شکل ۴-۵-ج و به کارگیری معادله تعادل $\sum M_B = 0$ با توجه به معلوم بودن A_y مولفه A_x محاسبه می گردد.



برای به دست آوردن نیرو در مفصل C از آنجایی که یکی از مولفه های نیرو در C (C_x) از پایه A عبور می کند با در نظر گرفتن عضو AC (عضوی که یکی از مولفه های نیروی C از پایه متصل به آن می گذرد شکل ۴-۵ الف) و نوشتن معادله $\sum M_A = 0$ یکی از مولفه های C یعنی C_y به دست می آید سپس نیروهایی را که در C به عضو AC وارد می شوند در خلاف جهت به عضو دیگر یعنی عضو CDB وارد می کنیم شکل ب و با در نظر گرفتن پیکر آزاد این عضو و به کارگیری معادله $\sum M_B = 0$ مولفه دیگر نیروی C یعنی C_x را محاسبه می کنیم.

حالت به در این حالت هیچ یک از مولفه های قائم و افقی پایه ها از محل اتصال دو عضو نمی گذارد مانند شکل ۴-۶ برای به دست آوردن نیرو در پایه ها مثلاً پایه A ابتدا معادله گشتاور کل قاب را حول مفصل B می نویسیم $\sum M_B = 0$. شکل ب، از این معادله یک رابطه بین A_x و A_y به دست می آید سپس پیکر آزاد عضوی که پایه A به آن متصل است را در نظر می گیریم (عضو ADC شکل ج) با نوشتن $\sum M_C = 0$ یک رابطه دیگر بین A_x و A_y حاصل می شود از دو رابطه به دست آمده به صورت دو معادله دو مجهولی A_x و A_y محاسبه می گردد



برای به دست آوردن نیرو در مفصل C می توان از ابتدا دو عضو را در محل اتصال از یکدیگر جدا نمود شکلهای ج و د سپس از نوشتن معادله $\sum M_A = 0$ برای عضو ADC و $\sum M_B = 0$ برای عضو BEC دو معادله شامل مجهول های C_x و C_y حاصل می شود که با حل همزمان این دو معادله C_x و C_y به دست می آید.

درجه نامعینی قاب ها

درجه نامعینی قاب ها را می توان از فرمول زیر به دست آورد:

$$DI = (3m + r) - (c + 3n)$$

که در آن

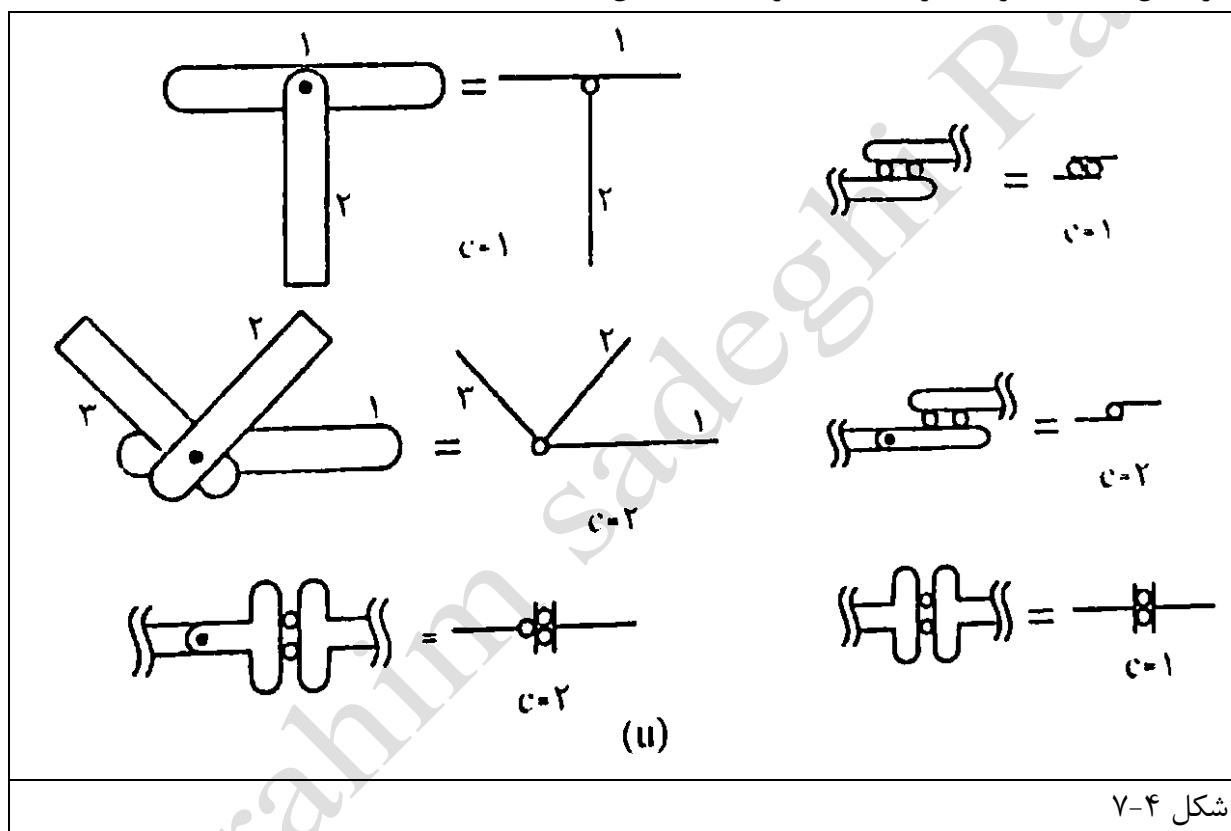
m تعداد عضو ها

n تعداد گره ها یا محل اتصال مفصل ها

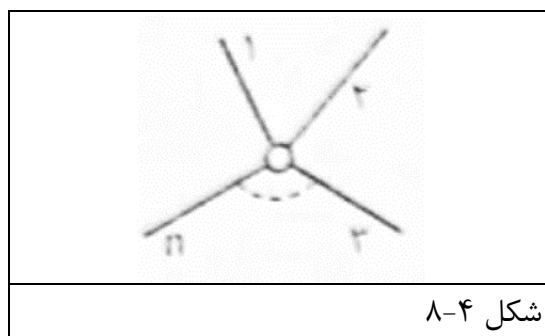
r تعداد مجهول پایه ها

C شرایط خاص من جمله وجود مفصل ها یا پین ها و اعضای غلطکی

در شکل ۷-۴ مقدار C برای تعدادی از اتصالات نشان داده شده است



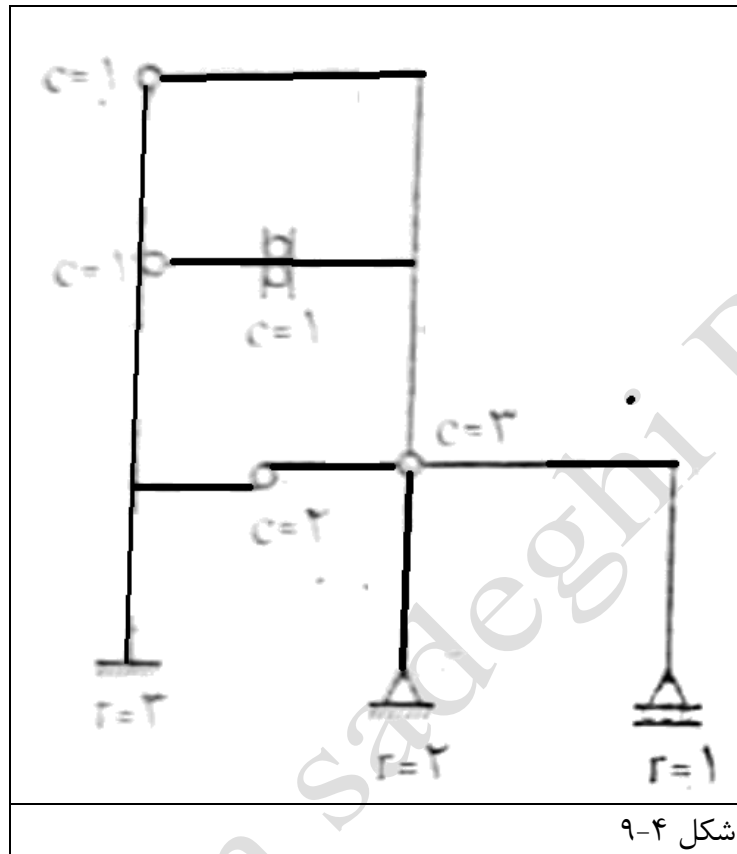
در صورتی که به یک مفصل n عضو متصل شده باشد مقدار C برابر است با $n-1$



درجه نامعینی در قاب نشان داده شده در شکل ۹-۴ با توجه به رابطه برابر است با:

$$m = 11, n = 10, c = 8, r = 6$$

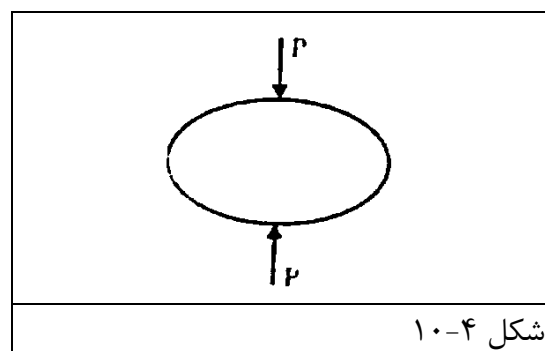
$$(Degree - of - Indeterminate) D.I = (3 - 11 + 6) - (3 * 10 + 8) = 1$$



بنابراین قاب یک درجه نامعین است

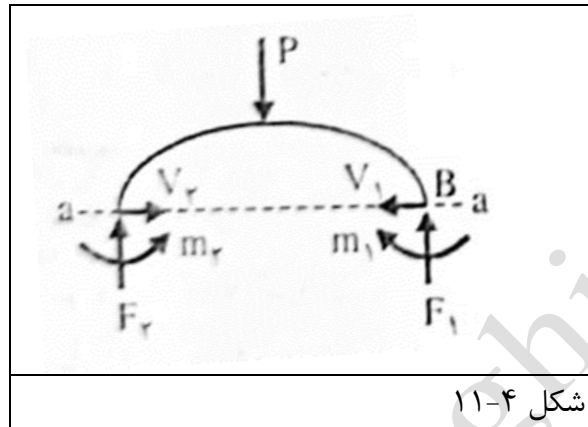
در صورتی که درجه نامعینی منفی شود قاب ناپایدار است قاب بسته یا حلقه زیر را که تحت نیروی P در حالت تعادل می باشد در نظر بگیریم شکل ۱۰-۴

از آنجایی که این قالب دارای قید نمیباشد سه درجه آزادی برای حرکت دارد از منظر به دست آوردن نیروهای داخلی دارای ۳ درجه نامعینی می باشد



اگر مقطع $a-a$ از آن را در نظر بگیریم شکل ۴-۱۱ این مقطع در نقاط A و B مجموعاً ۶ مجهول دارد که با توجه به سه معادله تعادل برای این حلقه دارای سه مجهول می باشد بنابراین از درجه نامعینی ۳ می باشد

بنابراین هر قاب بسته یا حلقه ۳ درجه نامعین است.



شکل ۴-۱۱