

جلسه پنجم

۳- معیارهای انرژی (Von-Mises):

با تعریف U_d با عنوان انرژی واپیچش یا تغییر شکل (Distortion Energy) و $U_{critical}$ آخرین انرژی بحرانی که جسم قبل از تسلیم تحمل می کند، داریم:

اگر $U_d < U_{critical} \rightarrow$ تسلیم رخ نمی دهد

اگر $U_d > U_{critical} \rightarrow$ تسلیم رخ می دهد

اگر $U_d = U_{critical} \rightarrow$ آستانه تسلیم

که در آن:

$$U_d = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]$$

$$U_{critical} = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_{yp}^2$$

و تنش فن-مایرز سه بعدی را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\sigma' = \sqrt{\frac{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]}{2}}$$

و در حالت دو بعدی داریم $\sigma_3 = 0$ و تنش فن-مایرز دو بعدی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

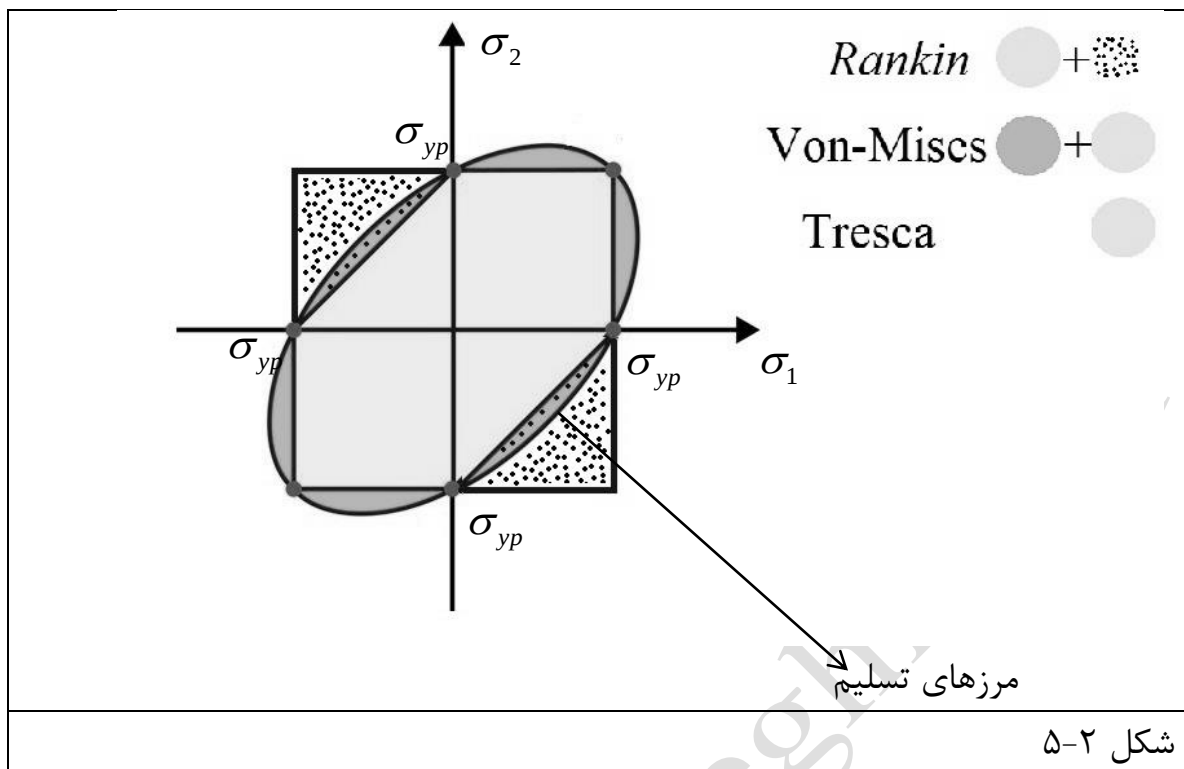
و در نهایت داریم:

اگر $\sigma' < \frac{\sigma_{yp}}{F.S.} \rightarrow$ تسلیم رخ نمی دهد

اگر $\sigma' > \frac{\sigma_{yp}}{F.S.} \rightarrow$ تسلیم رخ می دهد

و برای محاسبه ضریب اطمینان داریم:

$$F.S. = \frac{\sigma_{yp}}{\sigma'}$$



مساله ۱-۲: لبه های یک صفحه فولادی، تنها تحت تنش های قائم قرار گرفته اند. ابعاد این صفحه $(380 \times 380)mm^2$ می باشند. تنش کششی و تنش فشاری σ_y مقدار طول صفحه در راستای محور y به اندازه $0.2mm$ کاهش یافته است. مقدار ضریب اطمینان $F.S.$ از معیار حداکثر تنش برشی ۲ بدست آمده است. مدول الاستیسیته صفحه فولادی $240GPa$ و تنش تسلیم آن $400MPa$ می باشد.

مطلوبست محاسبه:

الف) مقادیر تنش

ب) ضریب اطمینان بر اساس معیار رانکین

ج) ضریب اطمینان بر اساس معیار ون-مایزر

حل:

الف)

چون مقادیر تنش های برشی صفر است پس تنش ها از نوع تنش های اصلی می باشند یعنی

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{bmatrix} \rightarrow [\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix}$$

تغییر طول در راستای محور y داده شده است، پس می توان کرنش در این راستا را محاسبه کرد

$$y \text{ کرنش } \varepsilon_y = \frac{\delta_y}{L_y} = \frac{-0.2}{380} = -5.26 \times 10^{-4}$$

با استفاده از قانون هوک داریم:

$$\sigma = E \varepsilon \rightarrow \sigma_y = E \varepsilon_y \rightarrow \sigma_y = (240 \times 10^9 \text{ Pa}) \times (-5.26 \times 10^{-4}) = -126315792 \text{ Pa} = -126.316 \text{ MPa}$$

ضریب اطمینان طبق معیار ترسکا $F.S. = 2$ داده شده است و طبق این معیار داریم:

$$F.S. = \frac{\tau_{critical}}{\tau_{max}}$$

$$\begin{cases} \tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{\sigma_x - (-126.315 \text{ MPa})}{2} \\ \tau_{critical} = 0.5 \sigma_{yp} = 0.5 \times 400 \text{ MPa} = 200 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{\sigma_x + 126.316 \text{ MPa}}{2} = \frac{200 \text{ MPa}}{2} \rightarrow \sigma_x = 73.685 \text{ MPa}$$

(ب)

برای محاسبه تنش بحرانی در معیار رانکین باید قدر مطلق تنش ها را محاسبه کنیم

$$\begin{cases} |\sigma_x| = 73.685 \text{ MPa} \\ |\sigma_y| = 126.315 \text{ MPa} \end{cases} \rightarrow \text{Max}(|\sigma_x|, |\sigma_y|) = |\sigma_y| = 126.315 \text{ MPa}$$

$$F.S. = \frac{\sigma_{yp}}{\sigma_{max}} = \frac{400}{126.315} = 3.17$$

(ج)

طبق معیار فن-مایرز دوبعدی داریم:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} = \sqrt{(73.685)^2 - (73.685)(-126.315) + (-126.315)^2}$$

$$\rightarrow \sigma' = \sqrt{30692.48} = 175.192 \text{ MPa}$$

$$F.S. = \frac{\sigma_{yp}}{\sigma'} = \frac{400}{175.192} = 2.28$$

ضریب اطمینان طبق معیار فن-مایز

Ebrahim Sadeghi Rad