

جلسه یازدهم

مثال

فنر مارپیچی پرده کرکره پنجره‌ای را از سیم موسیقی شماره 17 ساخته‌اند. قطر مارپیچ و تعداد حلقه‌های آن به ترتیب برابر با 0.875 in و 400 است. فرض کنید $\sigma_{yp} = 0.6\sigma_{ult}$ و براساس نقطه سیلان مقدار $F_S = 2$ باشد. با در نظر گرفتن تمرکز تنش حاصل از انحنای حلقه‌ها، تنش‌های موجود در سطح داخلی مارپیچ را حساب کنید. اگر فنر از حالت کاملاً پیچانده شده، 12 دور باز شود مقدار گشتاوری را که می‌تواند در این حالت اعمال کند چقدر است.

حل:

جزئیات حل: از جدول (۷-۱) داریم

$$d=0.0540 \quad , \quad \sigma_{ult}=301000 \text{ psi}$$

$$c = \frac{2R}{d} = \frac{0.875}{0.054} = 16.2$$

از معادله داریم

$$K_3 = \frac{4 \times 16.2^2 - 16.2 - 1}{4 \times 16.2 (16.2 - 1)} = 1.048$$

$$\sigma_{yp} = 0.6 \times 301000 = 180600 \text{ psi}$$

$$K_3 \sigma = \frac{\sigma_{yp}}{F_S} = \frac{180600}{2} = 90300 \text{ psi}$$

$$\sigma = \frac{90300}{1.048} = 86140 \text{ psi}$$

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi \times 0.054^4}{64} = 0.0000004174 \text{ in}^4$$

در تحت تنش حداکثر داریم

$$M = \frac{\sigma I}{r} = \frac{86140 \times 0.0000004174}{0.027} = 1.3317 \text{ in} \cdot \text{lb}$$

$$l = 2\pi R N_c = \pi \times 0.875 \times 400 = 1100 \text{ in.}$$

تحت تنش حداکثر داریم

$$\theta = \frac{1.3317 \times 1100}{30000000 \times 0.0000004174} = 116.94 \text{ rad}$$

پس از 12 دور باز شدن فنر داریم

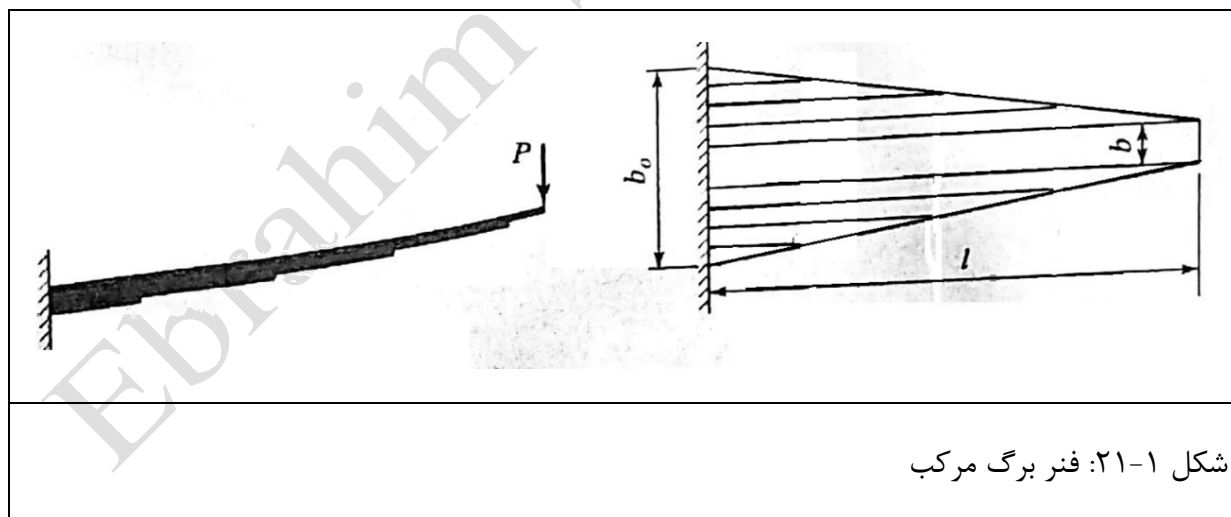
$$\theta_2 = 116.94 - 12 \times 2\pi = 41.54 \text{ rad}$$

گشتاور پیچشی باقیمانده به صورت زیر حساب می شود

$$M = \frac{30000000 \times 0.0000004174 \times 41.54}{1100} = 0.473 \text{ in. lb}$$

فنر های برگ

تنش ها و تغییر شکل های یک فنر برگ مستطیلی را در صورتی که مقدار خمش کمتر باشد می توان از طریق معادلات مربوط به تیر ها محاسبه کرد. در مواردی که عرض مقطع فنر نسبت به ضخامت آن زیاد است لازم است مقدار خمش محاسبه شده از معادله تیر نازک را در عبارت $1 - \nu^2$ ضرب کنیم که در آن ν ضریب پواسون نام دارد.



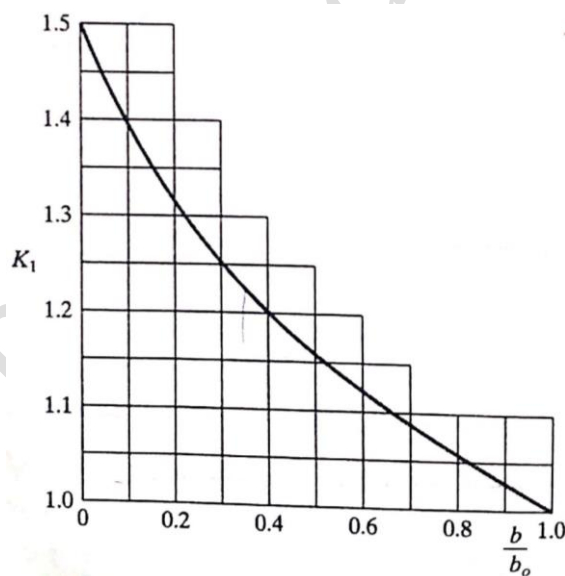
شکل ۱-۲۱: فنر برگ مرکب

فنر برگ مرکب به طور وسیعی به خصوص در اتومبیل ها و خودروهای راه آهن مورد استفاده قرار می گیرد. تحلیل دقیق این فنر ها مشکل است ولی اگر فرض کنیم برگهای کوتاه تر به طور شیب دار باشند (به طوری که انتهای آن ها تیز باشد) و در موقع خمش فنر برگ های آن در تمام طول شان با هم مماس باقی بمانند، می توان به طور تقریبی این نوع فنرها را مورد محاسبه قرار داد.

با در نظر گرفتن شرایط فوق می توان فنر واقعی شکل زیر را به صورت دوزنقه فرض نمود و انحنا و تنش آن را محاسبه کرد. برای تشکیل این دوزنقه هر یک از برگهای کوچک تر فنر را از خط وسط طول آن برش داده و به دو قسمت تقسیم می کنیم. سپس هر قسمت را در یک طرف شاه فنر (بزرگترین برگ فنر) قرار داده و به یکدیگر جوش می دهیم. عرض b_0 در تکیه گاه دوزنقه و برابر با حاصلضرب عرض هر یک از برگ ها در تعداد آنها است. موقعی که این دوزنقه تحت تاثیر نیروی P خمش پیدا می کند، انحنا و خمش و در نتیجه تنش موجود در دو طرف خط جوش برابر می شود. برای خمش های کم معادله خمش برای چنین دوزنقه ای تحت بار P به صورت زیر است:

$$\delta = K_1 \frac{Pl^3}{3EI_0}$$

ضریب K_1 به نسبت عرض های b/b_0 بستگی دارد و توسط منحنی شکل زیر ارائه می شود. ممان اینرسی I_0 مربوط به مقطع دوزنقه در دیوار است و مقدار آن از عبارت $b_0 h^3 / 12$ بدست می آید در این عبارت h ضخامت برگ فنر است. اگر مقدار b در مقایسه با h زیاد باشد به نکته گفته شده در مورد خمشی تیرهای عریض باید توجه کرد یعنی ضریب $1 - \nu^2$ باید ضرب شود.



شکل ۱-۲۲: ضریب فنر دوزنقه ای

اگر مقدار خمش فنر در مقایسه با ضخامت آن زیاد باشد نمی توان از معادلات معمولی مربوط به خمش کم تیرها استفاده کرد. محاسبه مقدار خمش های بیشتر بسیار مشکل و خارج از بحث ماست.