

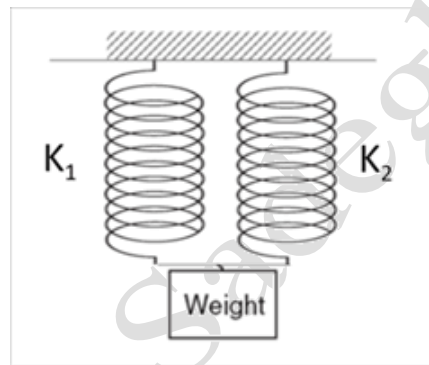
جلسه ششم

فنر های معادل:

فنر ها را می توان به سه صورت مورد استفاده قرار داد:

- (۱) به صورت موازی، (۲) به صورت سری و (۳) به صورت ترکیبی از فنرهای موازی و سری
در هر یک از حالات گفته شده می توان فنر ها را با یک فنر با سختی معادل جایگزین کرد

فنر های موازی



شکل ۱-۸: فنر های موازی

فنر های نشان داده شده در شکل به صورت موازی قرار دارد که در آن ها جابجایی هر یک از فنر ها با هم برابر و برابر با جابجایی کل وزن است، اما نیرو در هر یک از فنرها متفاوت و جمع نیروها برابر با وزن از پس داریم:

$$P = P_1 + P_2$$

$$P_1 = K_1 \delta_1$$

$$P_2 = K_2 \delta_2$$

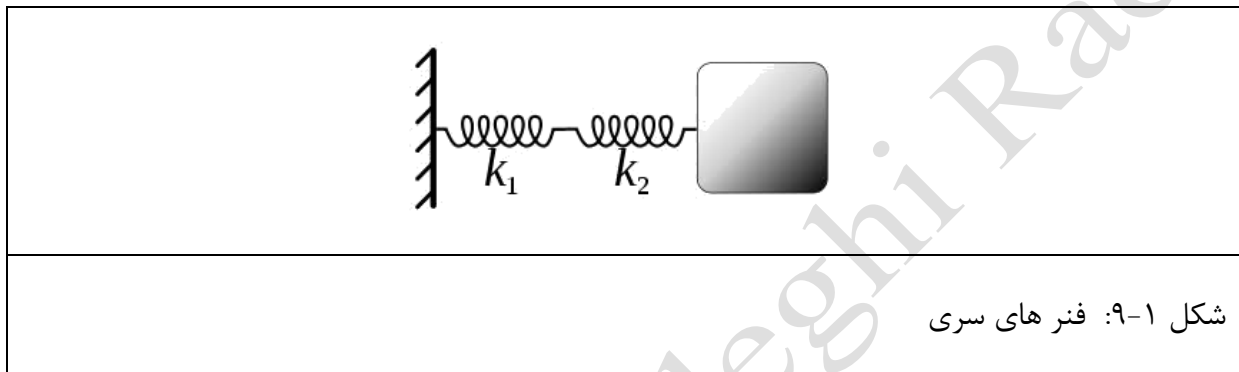
$$\delta_1 = \delta_2 = \delta$$

با جایگذاری روابط بالا در تعادل نیرویی داریم:

$$K_{eq}\delta = K_1\delta + K_2\delta \rightarrow K_{eq} = K_1 + K_2$$

یعنی در فنرهای موازی سختی فنر معادل برابر با جمع سختی فنرهای موازی است.

فنرهای سری



فنرهای شکل بالا به صورت سری قرار گرفت گرفتن نیرو در هر یک از فنرها برابر و برابر با مقدار نیرویی است که وزنه وارد می کند بند و جابجایی کل وزنه برابر با جمع جابجایی فنرهاست پس داریم:

$$P_1 = P_2 = P$$

$$\delta_{eq} = \delta_1 + \delta_2$$

$$P_1 = K_1\delta_1 \rightarrow \delta_1 = \frac{P_1}{K_1}$$

$$P_2 = K_2\delta_2 \rightarrow \delta_2 = \frac{P_2}{K_2}$$

با جایگذاری روابط بالا در رابطه جابجایی ها داریم:

$$\frac{P}{K_{eq}} = \frac{P_1}{K_1} + \frac{P_2}{K_2} \rightarrow \frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

بنابراین در فنرهای سری عکس سختی معادل برابر با حاصل جمع عکس سختی فنرهاست.

طراحی فنر برای بارهای متغیر (دینامیکی)

اگر بار وارد بر فنر به طور دائم تغییر کند در طراحی آن باید اثر خستگی و تمرکز تنش را در نظر گرفت در اینجا نیز روابطی مانند آنچه در طراحی اجزاء یک گفته شد مطرح است تنها تفاوت ها میان نوع تنش است، که در اینجا تنش های برشی مد نظر هستند و ضریب تمرکز تنش را با ضریب وال K_C به شکل زیر جایگذاری می کنیم:

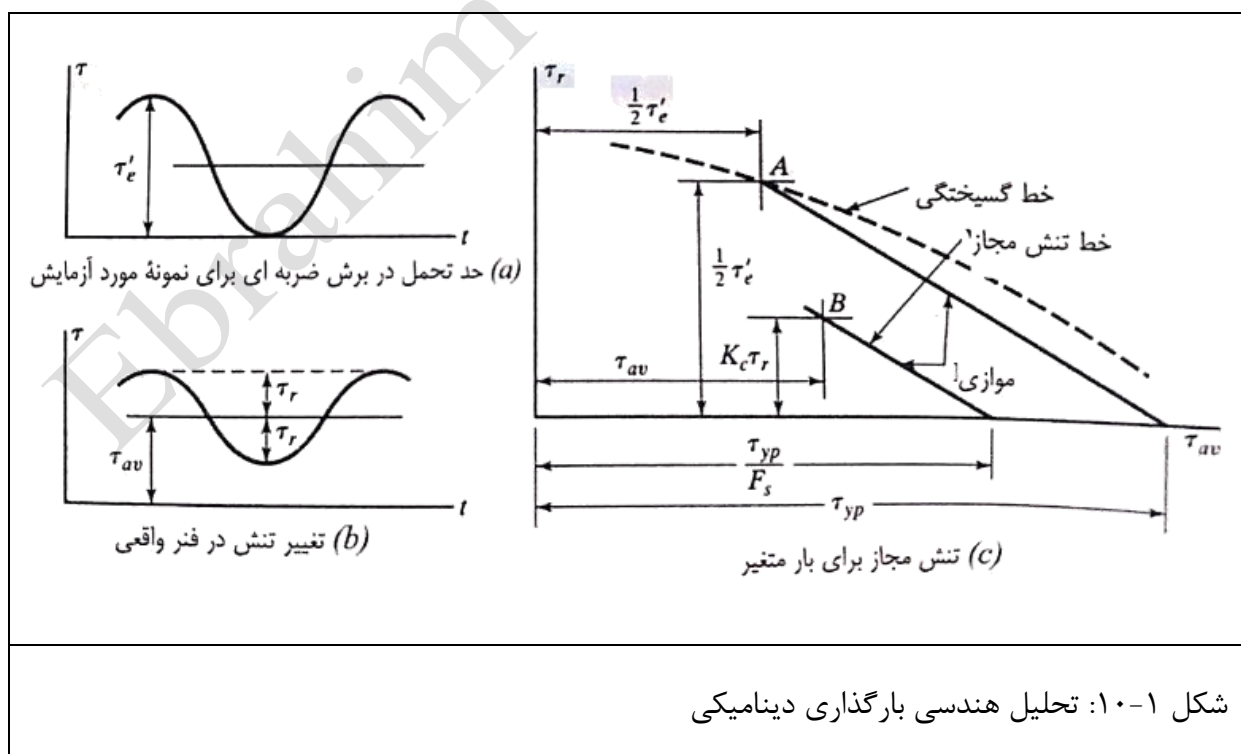
$$K_c = \frac{4c - 1}{4c - 4}$$

که در آن c آن دی فنر است.

رابطه بین ضریب اطمینان $(F.S.)$ ، تنش ها $(\tau_e', \tau_{yp}, \tau_{ave}, \tau_r)$ و ضریب تمرکز تنش $(K = K_C)$ به شکل زیر در می آید.

$$\frac{K_c \tau_r}{\tau_{yp} - \tau_{ave}} = \frac{\frac{1}{2} \tau_e'}{\tau_{yp} - \frac{1}{2} \tau_e'}$$

این رابطه از تحلیل هندسی نمودار زیر به دست آمده است و مقادیر تنش های برشی بر حسب تنش نهایی کششی (σ_{ut}) که در جداول آمده است نیز به صورت نسبتها در جدولی قرار داده شده اند.



شکل ۱۰-۱: تحلیل هندسی بارگذاری دینامیکی

مثال:

یک فنر مارپیچی فشاری از سیم موسیقی شماره 4 ساخته شده است. این فنر بار متغیری را تحمل می‌کند. اندیس فنری آن 6 و ضریب اطمینان برابر 1.5 است. اگر میانگین بار وارد بر فنر 120 lb باشد، مقادیر حداکثر و حداقل بار وارد بر آنرا حساب کنید.

اطلاعات داده شده: سیم موسیقی شماره 4. بار متغیر است. $P_{avg} = 120 \text{ lb}$; $N_{fs} = 1.5$; $C = 6$.
فرضها: چون بار متغیر است، محتملترین عامل گسیختگی آن، خستگی خواهد بود.

جزئیات حل: با استفاده از جدول (۷-۱)، قطر $d = 0.2253 \text{ in}$ ، برای سیم موسیقی شماره 4 به دست می‌آید.
 از معادله (۱) داریم

$$R = \frac{cd}{2} = \frac{6 \times 0.2253}{2} = 0.676$$

$$K_c = \frac{4 \times 6 - 1}{4 \times 6 - 4} = 1.15$$

$$\tau_{av} = \frac{16 \times 120 \times 0.676}{\pi (0.2253)^3} \left[1 + \frac{0.615}{6} \right] = 39820 \text{ psi}$$

از جدول (۷-۱) داریم

$$\sigma_{ult} = 235000 \text{ psi}$$

از جدول (۷-۶) داریم

$$\tau_{yp} = 0.4 \times 235000 = 94000 \text{ psi}; \quad \tau_e = 0.23 \times 235000 = 54050 \text{ psi}$$

$$\frac{1.15 \tau_r}{\frac{94000}{1.5} - 39820} = \frac{27025}{94000 - 27025} \rightarrow \tau_r = 8020 \text{ psi}$$

$$P_r = \frac{\tau_r}{\tau_{av}} P_{av} = \frac{8020}{39820} \times 120 = 24.2 \text{ lb}$$

$$P_2 = 120 + 24.2 = 144.2 \text{ lb}$$

$$P_1 = 120 - 24.2 = 95.8 \text{ lb}$$