

جلسه نهم

فنرهای غیر خطی

در فنر های غیرخطی اندیس فنر و همچنین سختی آن ثابت نیست و با فشردگی یک فنر تعداد حلقه های فعال آن مرتباً کاهش می یابد در در جاهایی که با محدودیت های طولی مواجه هستیم و یا می خواهیم به ازای جابجایی کمتر سختی بیشتر داشته باشیم از این نوع فنر ها استفاده می کنیم.

هر چه سختی یک فنر بیشتر شود فنر صلب تر می شود. وابسته به اینکه در چه مرحله ای از تغییر مکان قرار داشته باشیم سختی فنر قابل تغییر است در واقع تعداد حلقه های درگیر یا فعال فنر بیانگر میزان سختی فنر است.



شکل ۱-۱۸: فنر غیر خطی (بشکه ای . مخروطی)

مثال کاربردی دینامیکی

در یک ماشین از یک فنر مارپیچ فشاری برای در تماس نگاه داشتن پیرو و بادامک استفاده شده است. بادامک با 2000rpm دوران میکند و در این حالت نیروی فنر بین $140 - 590\text{N}$ تغییر می کند در این حالت تغییر طول فنر 10mm است. مفتول فنر از سیم شماره ۷ # و از جنس فولاد بی لکه ۳۰۲ با مدول برشی $G = 79300\text{MPa}$ انتخاب شده است و به اعضای نیروی 590N فنر 2.5mm تا فشردگی کامل جا دارد.

همچنین شرایط تکیه گاهی فنر به صورت دو سر گیردار در نظر گرفته می شود و انتهای فنر به صورت بسته و سنگ خورده می باشد. با در نظر گرفتن ضریب اطمینان برابر با یک ($F.S. = 1$) ، مطلوب است بدست آوردن:

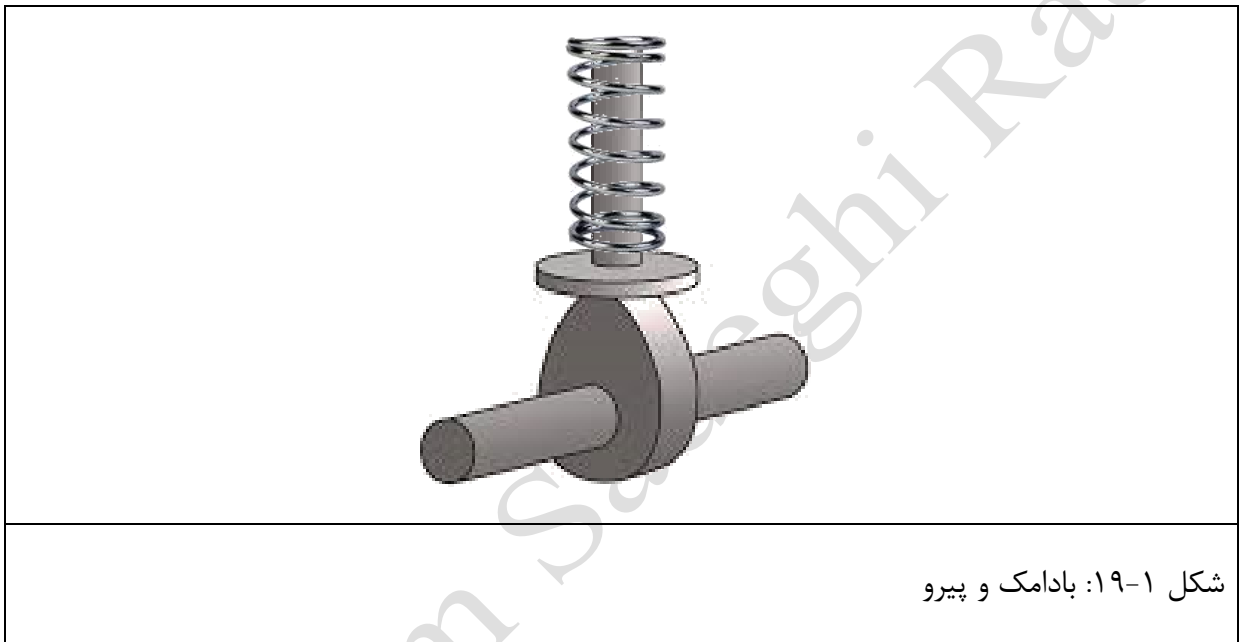
الف) اندیس فنر برای عمر نامحدود

ب) تعداد حلقه های فعال فنر

ج) طول فنر کاملاً فشرده شده و طول آزاد فنر

د) بررسی کمانش

و) فرکانس طبیعی فنر



شکل ۱-۱۹: بادامک و پیرو

حل:

از جدول با توجه به اینکه فنر شماره ۷ و از نوع ۳۰۲ است از جدول داریم:

$$d = 0.1770in = 0.177 \times 25.4mm = 4.5mm$$

$$\sigma_{ut} = 194000Psi = \frac{194000}{145.04} MPa = 1337.56MPa$$

$$\tau_{yp} = 0.46\sigma_{ut} = 0.46 \times 1337.56 = 615.28MPa$$

$$\tau'_e = 0.2\sigma_{ut} = 0.2 \times 1337.56 = 267.51MPa$$

بارگذاری دینامیکی است پس داریم:

$$P_{\min} = 140N \text{ و } P_{\max} = 590N$$

$$P_{ave} = \frac{P_{\max} + P_{\min}}{2} = 365N$$

$$P_r = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2} = 225N$$

(الف)

باید به مساله خستگی توجه نمود و داریم:

$$\frac{K_c \tau_r}{\frac{\tau_{yp}}{F.S.} - \tau_{ave}} = \frac{0.5\tau'_e}{\tau_{yp} - 0.5\tau'_e} \rightarrow \frac{K_c \tau_r}{\frac{615.28MPa}{1} - \tau_{ave}} = \frac{0.5 \times 267.51MPa}{615.28MPa - 0.5 \times 267.51MPa}$$

$$K_c = \frac{4c - 1}{4c - 4}$$

از طرفی داریم:

$$R = \frac{cd}{2}$$

$$\tau_{ave} = \frac{16P_{ave}R}{\pi d^3} \left(1 + \frac{0.615}{c}\right)^{R=\frac{cd}{2}} \rightarrow \tau_{ave} = \frac{16P_{ave} \left(\frac{cd}{2}\right)}{\pi d^3} \left(1 + \frac{0.615}{c}\right) = \frac{16 \times 365N \left(\frac{c}{2}\right)}{\pi (4.5 \times 10^{-3}m)^2} \left(1 + \frac{0.615}{c}\right)$$

$$\rightarrow \tau_{ave} = (45899499.64c + 28228192.28)Pa \approx (45.89c + 28.23)MPa$$

$$\tau_r = \frac{16P_rR}{\pi d^3} \left(1 + \frac{0.615}{c}\right)^{R=\frac{cd}{2}} \rightarrow \tau_r = \frac{16P_r \left(\frac{cd}{2}\right)}{\pi d^3} \left(1 + \frac{0.615}{c}\right) = \frac{16 \times 225N \left(\frac{c}{2}\right)}{\pi (4.5 \times 10^{-3}m)^2} \left(1 + \frac{0.615}{c}\right)$$

$$\rightarrow \tau_r = (28294212.11c + 17400940.44)Pa \approx (28.29c + 17.4)MPa$$

با جایگذاری دو رابطه بالا در

$$\frac{K_c \tau_r}{\frac{615.28 MPa}{1} - \tau_{ave}} = \frac{0.5 \times 267.51 MPa}{615.28 MPa - 0.5 \times 267.51 MPa}$$

داریم:

$$\frac{\frac{4c-1}{4c-4}(28.29c+17.4)MPa}{\frac{615.28 MPa}{1} - (45.89c+28.23)MPa} = \frac{0.5 \times 267.51 MPa}{615.28 MPa - 0.5 \times 267.51 MPa}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{4c-1}{4c-4}(28.29c+17.4)MPa}{615.28 MPa - (45.89c+28.23)MPa} = 0.2778$$

$$\rightarrow \frac{4c-1}{4c-4}(28.29c+17.4)MPa = 163.08 MPa - (12.75c)MPa$$

$$\rightarrow (4c-1) \times (28.29c+17.4) = 652.32c - 652.32 - 51c^2 + 51c$$

$$\rightarrow 113.16c^2 - 28.29c + 69.6c - 17.4 = 652.32c - 652.32 - 51c^2 + 51c$$

$$\rightarrow 164.16c^2 - 662.01c + 634.92 = 0$$

$$\rightarrow \Delta_e = b_e^2 - 4a_e c_e = (-662.01)^2 - 4 \times 164.16 \times 634.92 = 21343.37$$

$$\rightarrow \sqrt{\Delta_e} = \sqrt{21343.37} = 146.09$$

$$\rightarrow c_{1,2} = \frac{-b_e \pm \sqrt{\Delta_e}}{2a_e} = \frac{-(-662.01) \pm 146.09}{2 \times 164.16} \rightarrow c_1 = 2.46, c_2 = 1.57$$

$$\rightarrow c = 2.46$$

$$\rightarrow R = \frac{cd}{2} = \frac{2.46 \times 4.5 mm}{2} = 5.535 mm$$

(ب)

$$\delta = \frac{\Delta P}{K} \rightarrow 0.01 m = \frac{(590 - 140) N}{K} \rightarrow K = 45000 N / m$$

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{64PR^3N_c}{Gd^4} \rightarrow \delta = \frac{64PR^3N_c}{Gd^4} \rightarrow \frac{\delta}{\Delta P} = \frac{64R^3N_c}{Gd^4} \\ \rightarrow \frac{1}{K} &= \frac{64R^3N_c}{Gd^4} \rightarrow K = \frac{Gd^4}{64R^3N_c} \rightarrow N_c = \frac{Gd^4}{64R^3K} \\ \rightarrow N_c &= \frac{79300 \times 10^6 \text{ Pa} \times (4.5 \times 10^{-3})^4}{64(5.535 \times 10^{-3})^3 \times 45000} = 66.585 \approx 66\end{aligned}$$

(ج)

جلسه بعد