

مقاومت مصالح

جلسه پنجم

مثال ۱.۲

تغییر شکل میله فولادی نشان داده شده در شکل ۲۳.۲ (الف) تحت بارهای مفروض قرار گرفته است ($E = 29 \times 10^6 \text{ psi}$).

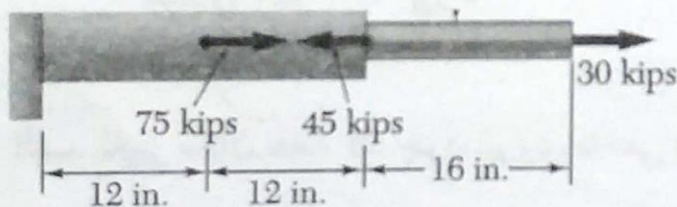
● حل :

میله را به صورت شکل ۲۳.۲ (ب) به سه قسمت تقسیم می‌کنیم و می‌نویسیم

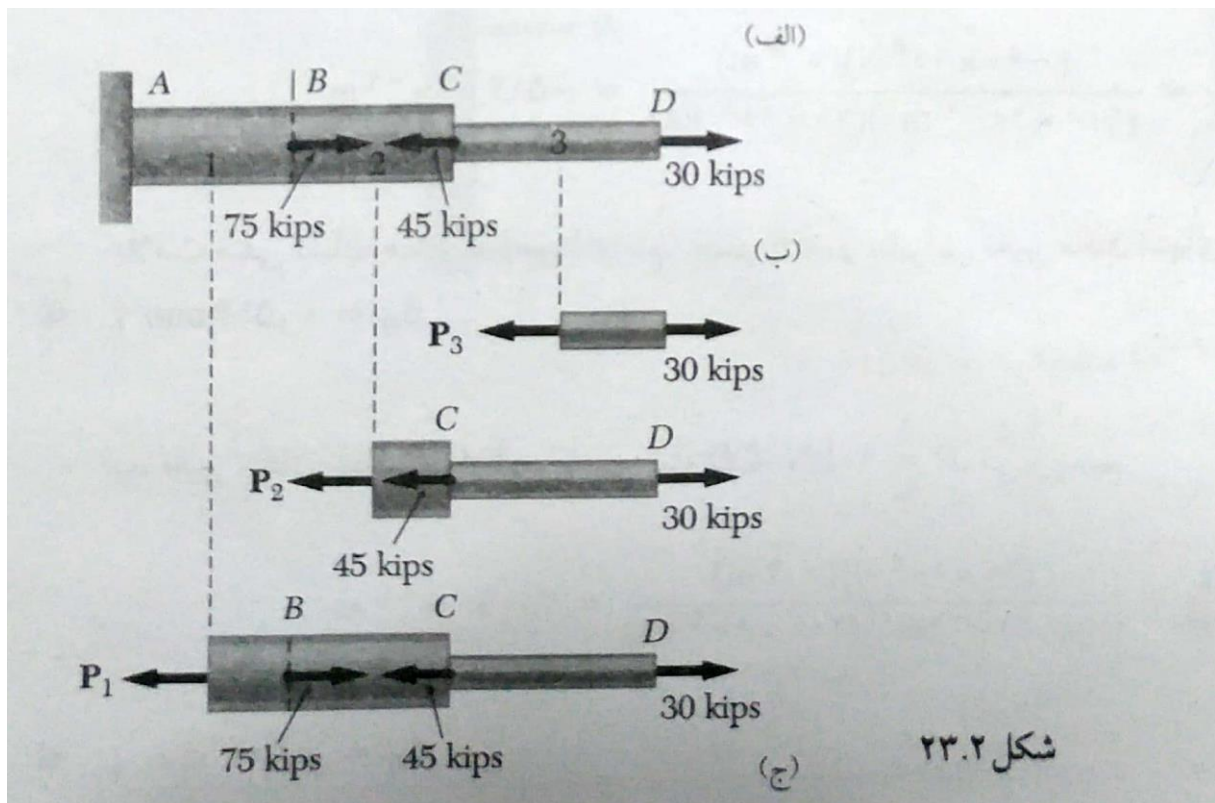
$$\begin{aligned} L_1 &= L_2 = 12 \text{ in} & L_3 &= 16 \text{ in} \\ A_1 &= A_2 = 0.9 \text{ in}^2 & A_3 &= 0.3 \text{ in}^2 \end{aligned}$$

برای پیدا کردن نیروهای داخلی P_1 ، P_2 و P_3 باید مقطعی بر قسمت‌های این اجزا بزنیم، و هر بار نمودار جسم آزاد قسمتی از میله را که در طرف راست مقطع قرار دارد رسم کنیم [شکل ۲۳.۲ (ج)]. با بیان اینکه هر جسم آزاد در حالت تعادل است چنین می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} P_1 &= 60 \text{ kips} = 60 \times 10^3 \text{ lb} \\ P_2 &= -15 \text{ kips} = -15 \times 10^3 \text{ lb} \\ P_3 &= 30 \text{ kips} = 30 \times 10^3 \text{ lb} \end{aligned}$$



(الف)



با قرار دادن مقادیر به دست آمده در معادله (۸.۲)، داریم

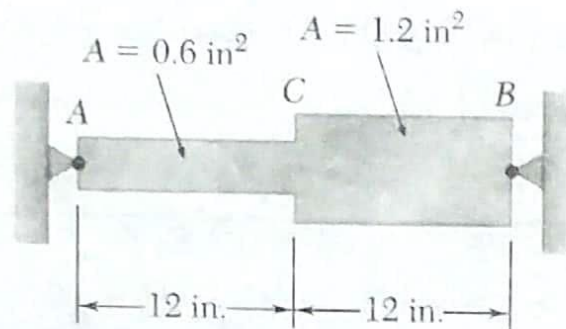
$$\delta = \sum_i \frac{P_i L_i}{A_i E_i} = \frac{1}{E} \left(\frac{P_1 L_1}{A_1} + \frac{P_2 L_2}{A_2} + \frac{P_3 L_3}{A_3} \right)$$

$$= \frac{1}{29 \times 10^6} \left[\frac{(60 \times 10^3)(12)}{0.9} + \frac{(-15 \times 10^3)(12)}{0.9} + \frac{(30 \times 10^3)(16)}{0.3} \right]$$

$$\delta = \frac{2220 \times 10^3}{29 \times 10^6} = 75.9 \times 10^{-3} \text{ in}$$

مثال ۶.۲

مقادیر تنش در قسمتهای AC و CB میله فولادی نشان داده شده در شکل ۳۷.۲ را وقتی که دمای میله -50°F باشد تعیین کنید؛ می دانیم که وقتی دما $+75^{\circ}\text{F}$ است، هر دو تکیه گاه صلب کاملاً بر میله منطبق اند. برای فولاد از مقادیر $E = 29 \times 10^6 \text{ psi}$ و $\alpha = 6.5 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{F}$ استفاده کنید.



شکل ۳۷.۲

● حل :

نخست عکس العملها در تکیه گاهها را تعیین می کنیم. از آنجا که مسئله از نظر استاتیکی نامعین است، میله را از تکیه گاه B جدا می کنیم [شکل ۳۸.۲ (الف)] و اجازه می دهیم که تغییر دمایی برابر با

$$\Delta T = (-50^{\circ}\text{F}) - (75^{\circ}\text{F}) = -125^{\circ}\text{F}$$

بدهد. تغییر شکل متناظر با این تغییر دما [شکل ۳۸.۲ (ب)] برابر است با

$$\begin{aligned} \delta_T &= \alpha (\Delta T) L = (6.5 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{F})(-125^{\circ}\text{F})(24 \text{ in}) \\ &= -19.5 \times 10^{-3} \text{ in} \end{aligned}$$

اکنون با وارد کردن نیروی مجهول R_B در انتهای B [شکل ۳۸.۲ (ج)] یا با استفاده از معادله (۸.۲) تغییر شکل δ_R را با قرار دادن مقادیر

$$L_1 = L_2 = 12 \text{ in}$$

$$A_1 = 0.6 \text{ in}^2$$

$$A_2 = 1.2 \text{ in}^2$$

$$P_1 = P_2 = R_B$$

$$E = 29 \times 10^6 \text{ psi}$$

در معادله (۸.۲)، می‌نویسیم

$$\delta_R = \frac{P_1 L_1}{A_1 E} + \frac{P_2 L_2}{A_2 E} = \frac{R_B}{29 \times 10^6 \text{ psi}} \left(\frac{12 \text{ in}}{0.6 \text{ in}^2} + \frac{12 \text{ in}}{1.2 \text{ in}^2} \right)$$

$$= (1.0345 \times 10^{-6} \text{ in/lb}) R_B$$

در نتیجه وجود قید در دو طرف میله، تغییر شکل کلی آن باید صفر باشد، پس می‌نویسیم

$$\delta = \delta_T + \delta_R = 0$$

$$= -19.50 \times 10^{-3} \text{ in} + (1.0345 \times 10^{-6} \text{ in/lb}) R_B = 0$$

که از آنجا چنین به دست می‌آید

$$R_B = 18.85 \times 10^3 \text{ lb} = 18.85 \text{ kips}$$

عکس‌العمل در A مساوی و مخالف با عکس‌العمل در تکیه‌گاه B است.

با توجه به اینکه نیروهای موجود در دو قسمت P_1 و P_2 میله برابر 18.85 kips است، مقادیر تنش موجود در قسمت‌های AC و CB میله را چنین به دست می‌آوریم

$$\sigma_1 = \frac{P_1}{A_1} = \frac{18.85 \text{ kips}}{0.6 \text{ in}^2} = +31.42 \text{ ksi}$$

$$\sigma_2 = \frac{P_2}{A_2} = \frac{18.85 \text{ kips}}{1.2 \text{ in}^2} = +15.71 \text{ ksi}$$