

مقاومت مصالح

جلسه ششم

فصل چهارم: پیچش

پیچش در اجسام هنگامی رخ می‌دهد که تحت اثر گشتاور در امتداد محورشان قرار داشته باشند در اثر پیچش تنش و تغییر شکل در اجسام به وجود می‌آید که بستگی به شکل مقطع دارد و تنش آن از نوع برشی است.

پیچش مقاطع دایروی:

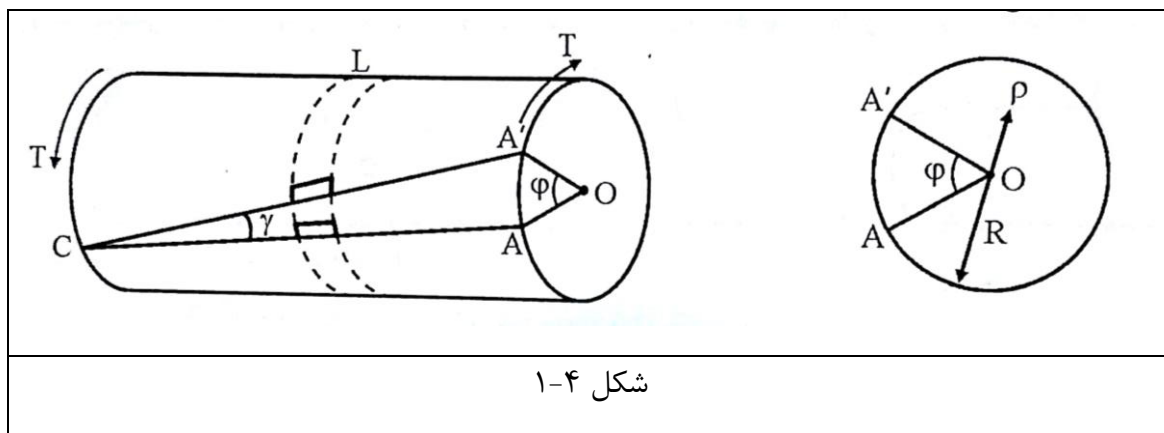
با در نظر گرفتن فرضیات زیر:

۱- مقاطع دایروی عمود بر محور میله پس از اعمال پیچش مسطح و عمود بر محور میله باقی می‌ماند.

۲- کرنش برشی از محور مرکزی میله به‌طور خطی تغییر می‌کند.

۳- برای حالت الاستیک رابطه‌ی تنش و کرنش از قانون هوک پیروی کند.

شکل زیر را در نظر بگیرید که در اثر اعمال گشتاور پیچشی T به میله، نقطه‌ی A و A' تغییر مکان پیدا می‌کند و مقطع به‌اندازه‌ی ϕ دوران می‌کند.



برای گشتاور T تنش برشی در مقطع ایجاد می‌شود. که مقدار آن در هر نقطه به فاصله‌ی آن از مرکز دایره، گشتاور پیچشی و ممان قطبی وابسته است. پس برای نقطه D داریم:

$$\tau = \frac{T \rho}{J}$$

که مقدار J برای دایره برابر است با:

$$J = \frac{1}{2} \pi R^4 = \frac{1}{32} \pi D^4$$

می‌باشد و برای مقطع سوراخ‌دار با شعاع داخلی R_1 و شعاع خارجی R_2 مقدار J برابر است با:

$$J = \frac{1}{2} \pi (R_2^4 - R_1^4) = \frac{1}{32} \pi (D_2^4 - D_1^4)$$

با توجه به زوایای OAA' و CAA' و طول قوسی AA' داریم:

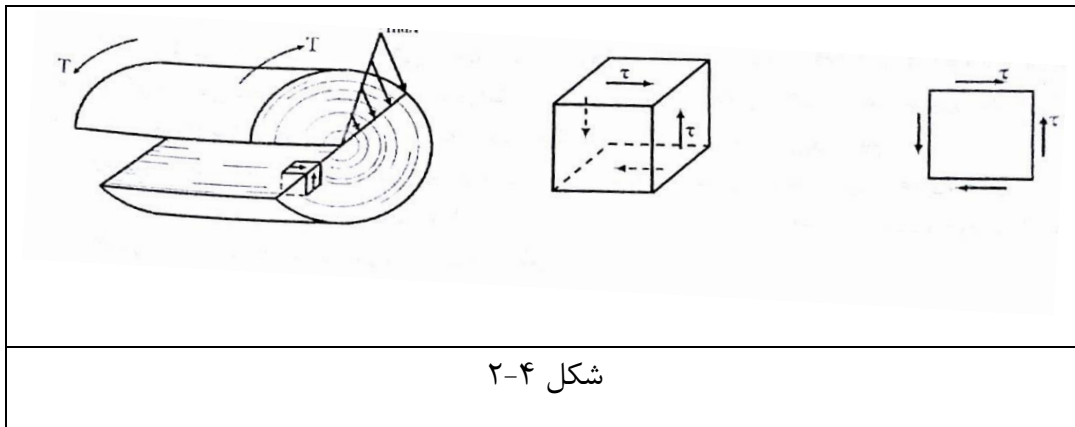
$$\gamma L = R \phi$$

که در آن:

$$\tau = \gamma G \rightarrow \gamma = \frac{\tau}{G}$$

بیشترین مقدار تنش برش روی محیط دایره اتفاق می‌افتد و داریم $R = \rho$ بنابراین:

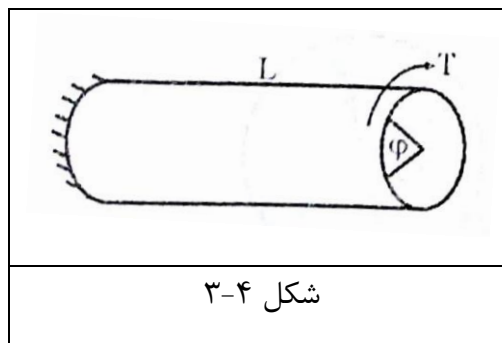
$$\tau_{\max} = \frac{TR}{J} = \frac{2T}{\pi R^3} = \frac{16T}{\pi D^3}$$



زاویه‌ی پیچش:

زاویه پیچش دو مقطع نسبت به هم که به فاصله‌ی L از یکدیگر قرار دارند برابر است با:

$$\phi = \frac{TL}{JG}$$



گشتاور در شفت‌های انتقال قدرت:

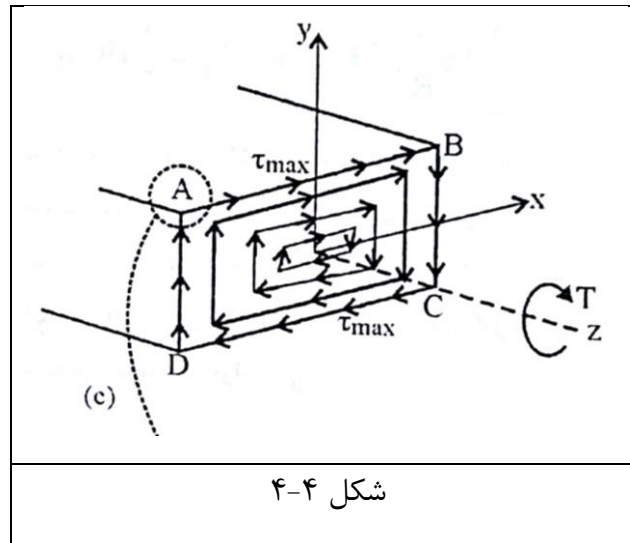
شفتی را در نظر بگیرید که برای انتقال قدرت (توان) P به کار می‌رود، اگر سرعت زاویه‌ی شفت برحسب

$$\omega, \frac{Rad}{s} \text{ (اُمگا) و گشتاور وارد به آن } T \text{ باشد، آنگاه داریم:}$$

$$P = T \cdot \omega$$

پیچش مقاطع مستطیل شکل:

میله‌ای با مقطع مستطیل $a > b$ که a از b بزرگ‌تر باشد در نظر بگیرید پیچش T واقع شده است تنش برشی ماکزیمم روی محیط مستطیل و در وسط ضلع بزرگ‌تر واقع می‌شود که مقدار آن برابر با:



$$\tau_{\max} = \frac{T}{\alpha ab^2}$$

که α به نسبت اضلاع $(\frac{a}{b})$ وابسته است و برای مربع $\alpha = 0.208$ می‌باشد و همچنین زاویه دوران مقطع از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\phi = \frac{TL}{\beta Gab^3}$$

که در آن β بستگی دارد و برای مربع $\beta = 0.1406$ می‌باشد.