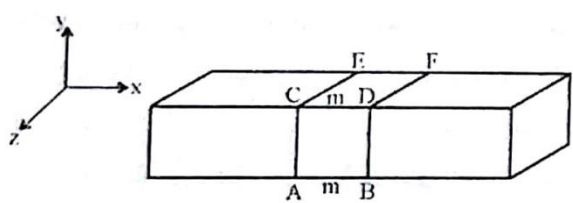
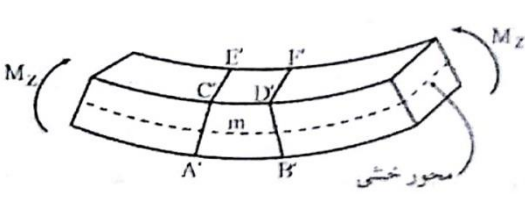
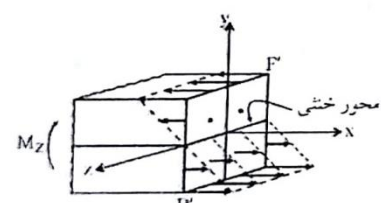
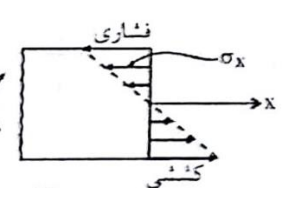
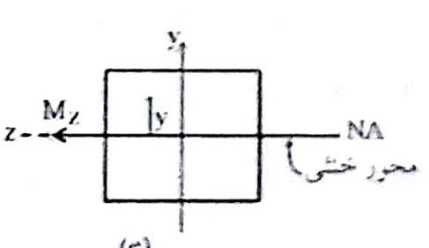


مقاومت مصالح

جلسه هفتم

فصل چهارم: تنش خمشی

تیری مانند شکل ۴-۱-الف در نظر بگیرید که تحت گشتاور خمشی M واقع شده است. پس از اعمال خمش M تیر به شکل (ب) در خواهد آمد. همان طور که واضح است پس از اعمال گشتاور M طول CD کاهش میابد و طول AB افزایش پیدا می کند. بنابراین تنش در قسمت بالایی تیر فشاری و در قسمت پایینی آن کششی می باشد. با توجه به این نکته می توان نتیجه گرفت که در هر مقطع تیر نقاطی وجود دارند که تنش در آنها صفر است. خطی که این نقاط را به هم متصل می سازد محور خنثی نامیده می شود. و از مرکز سطح عبور می کند.

		
شکل الف	شکل ب	
		
شکل ج	شکل د	شکل ه
شکل ۴-۱		

تنش به وجود آمده در اثر اعمال گشتاور تنش خمشی نامیده می‌شود و از نوع تنش محوری می‌باشد.

برای فرموله کردن تنش خمشی فرضیات زیر را در نظر بگیرید.

۱- مقاطع عمود به محور تیر بعد از اعمال خمش همچنان بدون تغییر و عمود به محور تیر باقی می‌مانند.

۲- برای حالت الاستیک رابطه‌ی بین تنش و کرنش از قانون هوک پیروی می‌کند.

۳- مدول الاستیسیته در کلیه‌ی تارهای تیر ثابت و مقدار آن در کشش و فشار یکسان است.

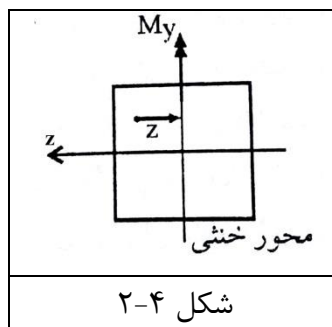
با در نظر گرفتن فرضیات بالا برای هر نقطه به فاصله‌ی y از تار خنثی تنش خمشی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\sigma_x = \frac{M_z y}{I_z}$$

که در آن σ_x تنش محوری عمود بر مقطع در راستای X است و M_z و I_z به ترتیب گشتاور خمشی و ممان اینرسی مقطع حول محور Z می‌باشد.

در صورتی که گشتاور خمشی حول محور Y به مقطع وارد شود تنش خمشی برابر است با:

$$\sigma_x = \frac{M_y z}{I_y}$$



بر اساس روابط فوق تنش ماکزیمم در نقاطی رخ می‌دهد که بیشترین فاصله از تار خنثی را داشته باشند.

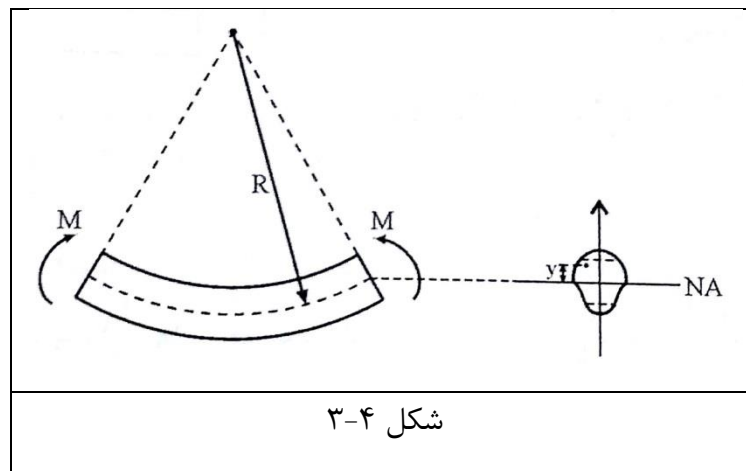
اگر فاصله‌ی این نقاط را با c نشان دهیم مقاومت خمشی مقطع که با S نشان داده می‌شود به شکل زیر محاسبه می‌شود.

$$S = \frac{I}{c}$$

رابطه‌ی بین کرنش محوری حاصل از خمش با شعاع انحنا :

اگر مقطعی تحت گشتاور خمشی M قرار گیرد رابطه‌ی بین کرنش محوری نقطه‌ای به فاصله‌ی y از محور خنثی با شعاع انحنا R به صورت زیر می‌باشد.

$$\varepsilon = \frac{y}{R}$$



در صورتی که فاصله‌ی دورترین نقطه از محور خنثی c باشد :

$$\varepsilon_{\max} = \frac{c}{R}$$

با استفاده از قانون هوک برای این بارگذاری داریم :

$$\varepsilon_z = \varepsilon_y = -\nu \varepsilon_x = -\frac{\nu y}{R}$$

رابطه‌ی گشتاور خمشی و شعاع انحنا از رابطه‌ی هوک :

$$\sigma = E \varepsilon \rightarrow \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

از جایگذاری در رابطه‌ی $\sigma = \frac{My}{I}$ داریم :

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI}$$

خمش توأم با نیروی محوری:

مقطع را مطابق شکل نظر بگیرید که تحت گشتاورهای M_y و M_z و نیروی محوری P قرار دارد. در این حالت تنش در نقطه‌ی دلخواه A روی سطح مقطع و به فاصله‌ی Y و Z از محورهای مختصات به شکل زیر می‌باشد.

$$\sigma_A = \pm \frac{M_z y}{I_z} \pm \frac{M_y z}{I_y} \pm \frac{P}{A}$$

