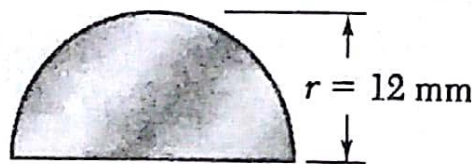


مقاومت مصالح

جلسه نهم

مثال ۲.۴

میله‌ای آلومینیومی با سطح مقطع نیم‌دایره‌ای به شعاع $r = 12 \text{ mm}$ (شکل ۱۹.۴)، به شکل قوسی دایره‌ای به شعاع متوسط $\rho = 25 \text{ m}$ خم می‌شود. اگر وجه تخت میله به طرف مرکز انحنای قوسی بگردد، تنشهای کششی و فشاری ماکزیمم میله را تعیین کنید. $E = 70 \text{ GPa}$.



شکل ۱۹.۴

● حل :

می‌توان از معادله (۲۱.۴) برای تعیین گشتاور خمشی M متناظر با شعاع انحنای داده شده ρ استفاده کرد، و سپس از معادله (۱۵.۴) مقدار σ_m را به دست آورد. با وجود این، ساده‌تر است که از معادله (۹.۴) برای تعیین ϵ_m ، و قانون هوک برای بیان σ_m استفاده کرد.

عرض $\bar{y}$ مرکز جرم C مقطع نیم‌دایره‌ای برابر است با

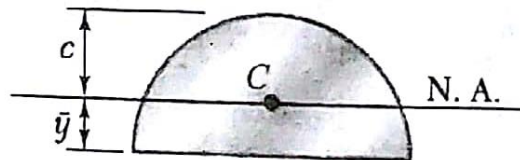
$$\bar{y} = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4(12 \text{ mm})}{3\pi} = 5.093 \text{ mm}$$

محور خشی از نقطه C عبور می‌کند (شکل ۲۰.۴)، و فاصله c تا دورترین نقطه سطح مقطع از محور خشی برابر است با

$$c = r - \bar{y} = 12 \text{ mm} - 5.093 \text{ mm} = 6.907 \text{ mm}$$

با استفاده از معادله (۹.۴)، می‌نویسیم

$$\epsilon_m = \frac{c}{\rho} = \frac{6907 \times 10^{-3} \text{ m}}{275 \text{ m}} = 2.763 \times 10^{-3}$$



شکل ۲۰.۴

و با به کار بردن قانون هوک داریم

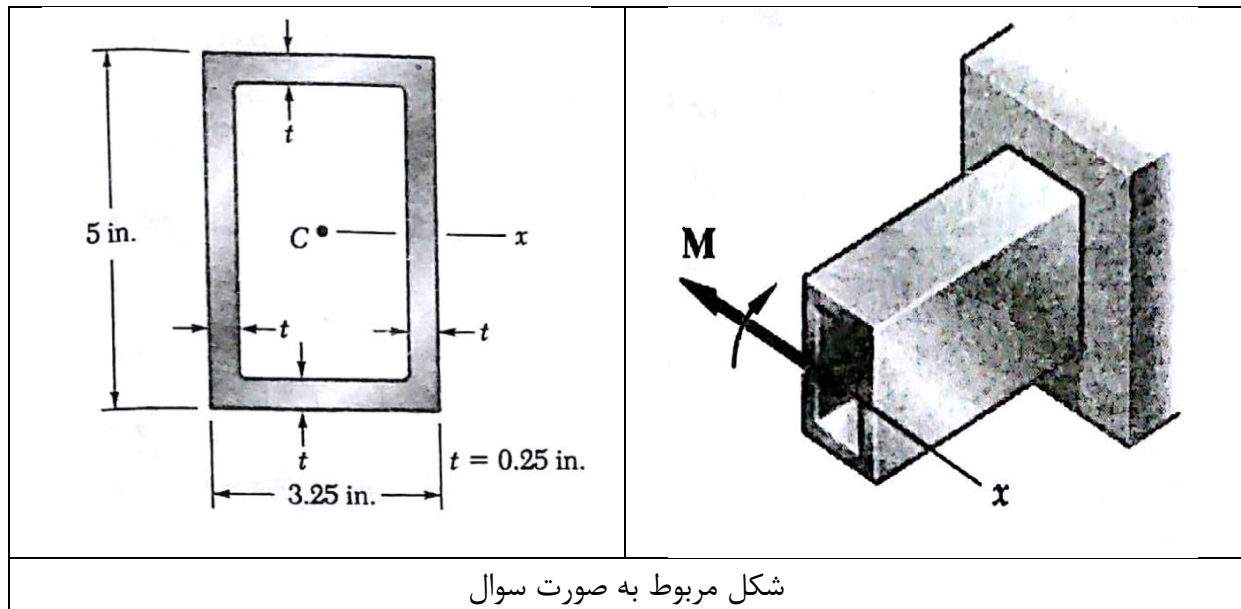
$$\sigma_m = E \epsilon_m = (70 \times 10^9 \text{ Pa})(2.763 \times 10^{-3}) = 193.4 \text{ MPa}$$

از آنجا که این طرف سطح میله پشت مرکز انحناست تنش به دست آمده کششی است. تنش فشاری ماکزیمم، روی طرف تخت میله ایجاد می‌شود. با استفاده از این حقیقت که تنش متناسب با فاصله از محور خنثی است، می‌نویسیم

$$\sigma_{\text{فشار}} = - \frac{\bar{y}}{c} \sigma_m = - \frac{50.93 \text{ mm}}{6907 \text{ mm}} (193.4 \text{ MPa}) = -142.6 \text{ MPa}$$

مسئله نمونه ۱.۴

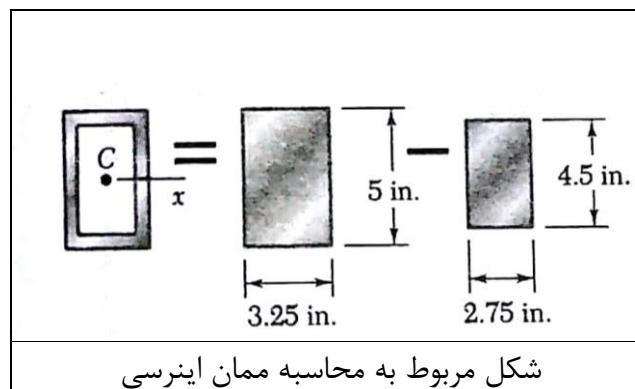
لوله مستطیل شکل نشان داده شده از آلایژ آلومینیم با $\sigma_Y = 40 \text{ ksi}$ ، $\sigma_U = 60 \text{ ksi}$ و $E = 10.6 \times 10^6 \text{ psi}$ ساخته شده است. اگر از اثر ماهیچه‌ها صرف نظر شود، مطلوب است (الف) گشتاور خمشی M به ازای ضریب اطمینان ۳،۰۰ (ب) شعاع متناظر با انحنای لوله.



● حل:

گشتاور لختی. سطح مقطع لوله را به صورت تفاضل بین دو سطح مستطیلی نشان داده شده در نظر می‌گیریم و با توجه به فرمول گشتاور لختی مرکز جرم مستطیل می‌نویسیم

$$I = \frac{1}{12} (3.25)(5)^3 - \frac{1}{12} (2.75)(4.5)^3 \quad I = 12.97 \text{ in}^4$$



تنش مجاز. به ازای ضریب اطمینان ۳۰۰ و تنش نهایی ۶۰ ksi، داریم

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_U}{F.S.} = \frac{60 \text{ ksi}}{300} = 20 \text{ ksi}$$

چون $\sigma_{all} < \sigma_Y$ ، لوله در حد کشسان باقی می ماند و می توان از نتایج بخش ۴.۴ استفاده کرد.

الف. گشتاور خمشی. با قرار دادن $c = \frac{1}{4}(5 \text{ in}) = 1.25 \text{ in}$ می نویسیم

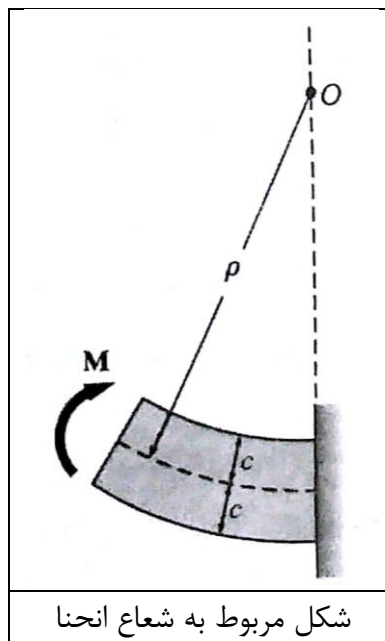
$$\sigma_{all} = \frac{Mc}{I} \quad M = \frac{I}{c} \sigma_{all} = \frac{12.97 \text{ in}^4}{1.25 \text{ in}} (20 \text{ ksi}) \quad M = 103.8 \text{ kip.in} \quad \blacktriangleleft$$

ب. شعاع انحنا. با فرض $E = 106 \times 10^6 \text{ psi}$ ، این مقدار و مقادیر M و I را در معادله (۲۱.۴) قرار می دهیم، داریم

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{103.8 \times 10^3 \text{ lb.in}}{(106 \times 10^6 \text{ psi})(12.97 \text{ in}^4)} = 0.755 \times 10^{-3} \text{ in}^{-1}$$

$$\rho = 1325 \text{ in}$$

$$\rho = 110.4 \text{ ft} \quad \blacktriangleleft$$



شکل مربوط به شعاع انحنا