

مقاومت مصالح

جلسه چهارم-پیوست

قانون عمومی هوک: در حالت سه بعدی اگر المانی مثل شکل داده شده باشد، می توان کرنش های ε_x ، ε_y و ε_z را بر حسب تنش ها به صورت زیر نشان داد:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)], \tau_{xy} = G \gamma_{xy}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)], \tau_{yz} = G \gamma_{yz}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_x)], \tau_{zx} = G \gamma_{zx}$$

و همچنین از روابط بالا می توان بدست آورد:

$$\sigma_x = 2G \varepsilon_x + \lambda e$$

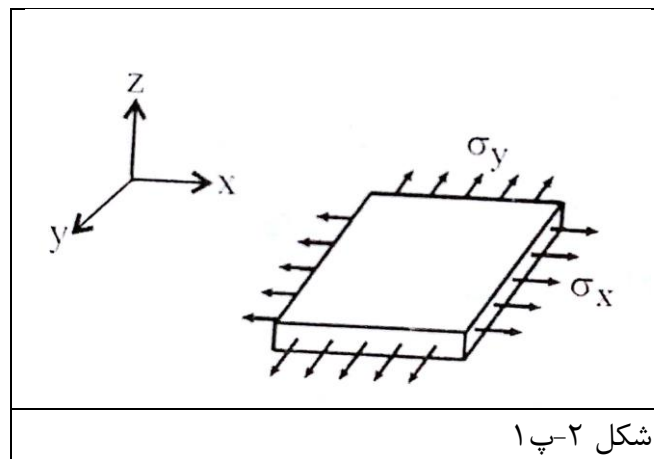
$$\sigma_y = 2G \varepsilon_y + \lambda e$$

$$\sigma_z = 2G \varepsilon_z + \lambda e$$

که در آن $e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$ و G مدول برشی است و همچنین $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$

مقادیر G و λ به ثوابت لامه مشهورند و $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

تنش صفحه ای: وضعیتی که تنش محوری در یکی از جهات صفر باشد برای مثال $\sigma_z = 0$ داریم:



شکل ۲-پ ۱

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} [\epsilon_x + \nu \epsilon_y]$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} [\epsilon_y + \nu \epsilon_x]$$

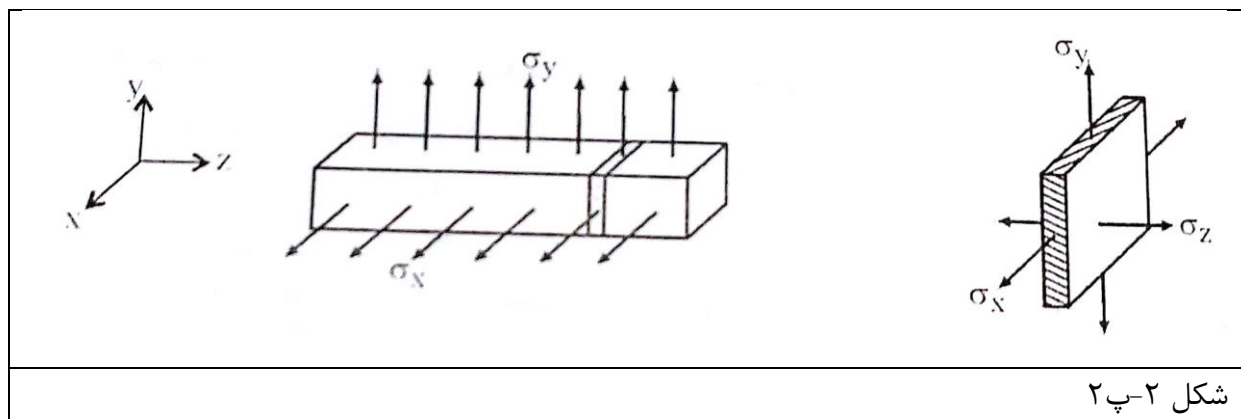
$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy}$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = \tau_{zy} = 0$$

$$\epsilon_z = -\frac{\nu}{1-\nu} [\epsilon_x + \epsilon_y]$$

عملاً حالتی است که ضخامت جسم در راستای Z کوچک باشد

کرنش صفحه ای: حالتی است که از کرنش در یکی از جهات جلوگیری شود یا اینکه طول سازه در راستای Z نسبت به ابعاد دیگر زیاد باشد ($\epsilon_z = 0$)



$$\epsilon_x = \frac{1+\nu}{E} [(1-\nu)\sigma_x - \nu\sigma_y]$$

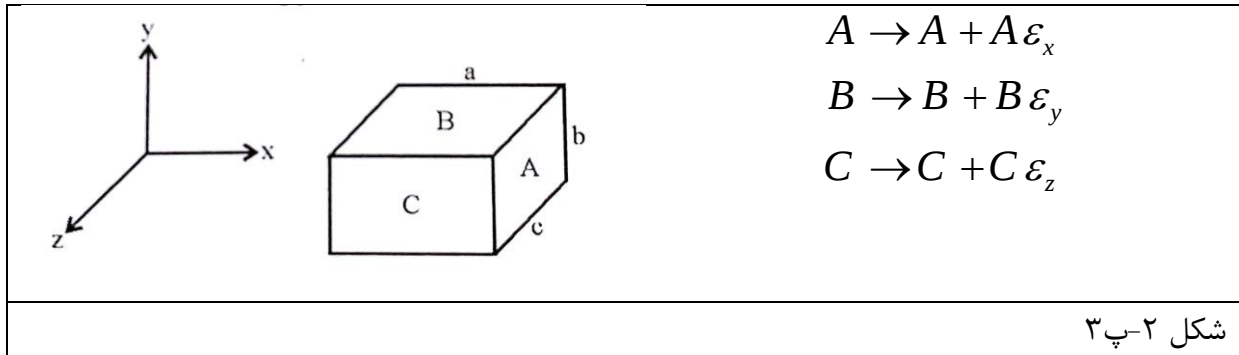
$$\epsilon_y = \frac{1+\nu}{E} [(1-\nu)\sigma_y - \nu\sigma_x]$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \tau_{xz} = \tau_{zx} = 0$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

کرنش حجمی: نسبت تغییرات حجم المان به حجم اولیه اش



$$\varepsilon_v = \frac{HajmSanavie - HajmAvalie}{HajmAvalie} = \frac{(a + a\varepsilon_x)(b + b\varepsilon_y)(c + c\varepsilon_z) - abc}{abc} =$$

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

کرنش سطحی: تغییرات سطح به سطح اولیه نام دارد

$$\varepsilon_A = \frac{SathSanavie - SathAvalie}{SathAvalie} = \frac{(b + b\varepsilon_y)(c + c\varepsilon_z) - bc}{bc} =$$

$$(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z) - 1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y$$

مدول حجمی: اگر المانی تحت فشار هیدرواستاتیک P قرار می گیرد آنگاه $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -P$ بنابراین کرنش حجمی آن برابر است با:

$$\varepsilon_v = \frac{1-2\nu}{E}(-3P)$$

اگر $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ را بعنوان مدول حجمی یا بالک تعریف شود داریم:

$$\varepsilon_v = -\frac{P}{K}$$