

جلسه پنجم

مسئله نمونه ۲.۷

در حالت تنش صفحه‌ای نشان داده شده، مطلوب است (الف) صفحه‌های اصلی و تنشهای اصلی، (ب) مؤلفه‌های تنش وارد بر جزء حاصل از چرخاندن جزء مفروض به مقدار 30° در جهت پادساعتگرد.

● حل:

رسم دایره مور می‌بینیم که بر روی وجهی عمود بر محور x ، تنش عمودی کششی است و تنش برشی گرایش به چرخاندن جزء در جهت ساعتگرد دارد؛ از این رو نقطه X را به مختصات 100 واحد در طرف راست محور عمودی و 48 واحد در بالای محور افقی رسم می‌کنیم. با روشی مشابه، مؤلفه‌های تنش روی وجه بالایی را بررسی می‌کنیم و نقطه $Y(60, -48)$ را مشخص می‌کنیم. از وصل کردن نقاط X و Y با خطی راست، نقطه C مرکز دایره مور به دست می‌آید. طول نقطه C ، که معرف σ_{ave} است و شعاع R دایره مستقیماً قابل اندازه‌گیری است یا می‌توان آنرا به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\sigma_{ave} = OC = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2} (100 + 60) = 80 \text{ MPa}$$

$$R = \sqrt{(CF)^2 + (FX)^2} = \sqrt{(20)^2 + (48)^2} = 52 \text{ MPa}$$

الف. صفحه‌های اصلی و تنشهای اصلی. قطر XY را به اندازه $2\theta_p$ در جهت ساعتگرد می‌چرخانیم تا بر قطر AB منطبق شود.

$$\tan 2\theta_p = \frac{XF}{CF} = \frac{48}{20} = 2.4$$

$$2\theta_p = 67.4^\circ$$

$$\theta_p = 33.7^\circ$$

تنشهای اصلی با طولهای نقاط A و B نشان داده می‌شوند:

$$\sigma_{max} = OA = OC + CA = 80 + 52$$

$$\sigma_{max} = +132 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{min} = OB = OC - BC = 80 - 52$$

$$\sigma_{min} = +28 \text{ MPa}$$

چون چرخشی که XY را بر روی AB می‌آورد ساعتگرد است، چرخشی که Ox را روی محور Oa متناظر با σ_{max} می‌آورد نیز در همان جهت است؛ بنابراین سمت‌گیری صفحه‌های اصلی را مطابق شکل به دست می‌آوریم.

ب. مؤلفه‌های تنش روی جزئی که به اندازه 30° چرخیده است. نقاط X' و Y' روی دایره مور که متناظر با

مؤلفه‌های تنش روی جزء چرخیده هستند، از چرخاندن XY به اندازه $2\theta = 60^\circ$ در جهت پادساعتگرد به دست می‌آیند. داریم

$$\phi = 180^\circ - 60^\circ - 67.4^\circ$$

$$\phi = +52.6^\circ$$

$$\sigma_{x'} = OK = OC - KC = 80 - 52 \cos 52.6^\circ$$

$$\sigma_{x'} = +48.4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{y'} = OL = OC + CL = 80 + 52 \cos 52.6^\circ$$

$$\sigma_{y'} = +111.6 \text{ MPa}$$

$$\tau_{x'y'} = KX' = 52 \sin 52.6^\circ$$

$$\tau_{x'y'} = 41.3 \text{ MPa}$$

از آنجا که X' بالایی محور افقی واقع شده، تنش برشی روی وجه عمود بر Ox' گرایش به چرخاندن جزء در جهت ساعتگرد دارد.

