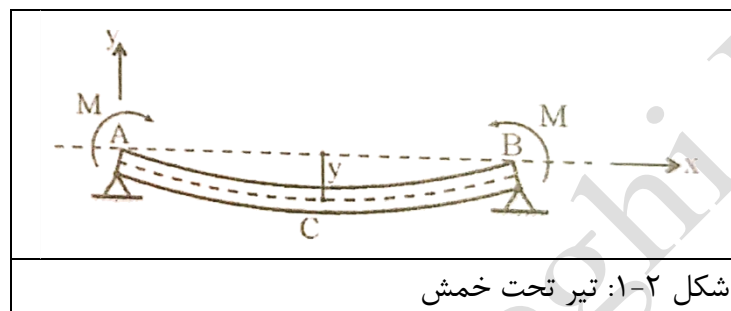


جلسه ششم

فصل دوم: تغییر مکان تیرها

تیر مستقیمی را در نظر بگیرید که مانند شکل تحت گشتاور خمشی قرار گرفته است. در اثر این خمش تیر دچار انحنا می گردد و تغییر مکان می دهد. تغییر مکان تیر عبارت است از جابجایی محور مرکزی تیر در جهت عمود وضعیت اولیه آن که در شکل با y نشان داده شده است از و جابجایی نقطه C از تیر $A-B$ را نشان می دهد.



برای به دست آوردن تغییر مکان تیرها ابتدا معادله ی تغییر مکان تیر را به دست می آوریم، با یادآوری فرمول انحنا برای تیرها داریم:

$$\frac{1}{R} = \frac{M(X)}{EI}$$

که در آن R شعاع انحنا، $M(x)$ ممان در هر نقطه، E مدول الاستیسیته و I ممان انیرسی مقطع می باشند. از طرفی فرمول انحنا تابعی مانند y به صورت زیر است:

$$\frac{1}{R} = \frac{Y''}{(1 + (Y')^2)^{\frac{3}{2}}}$$

با برابر قرار دادن دو رابطه بالا و صرف نظر از توان دوم y' (شیب تیر) نسبت به عدد یک به علت کوچک بودن آن داریم:

$$M(x) = EIy''$$

برای تیر با بار گسترده $w(x)$ بر واحد طول آن با نیروی برشی $V(x)$ داریم:

$$\frac{dV(x)}{dx} = -w(x)$$

و از رابطه بین گشتاور خمشی و نیروی برشی داریم:

$$\frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$

(روابط بالا از استاتیک آورده شده اند)

از رابطه $M(x) = EIy''$ با جایگزینی مقدار $M(x)$ داریم:

$$\frac{dM(x)}{dx} = V(x) \rightarrow \frac{d}{dx}(EI y'') = V(x)$$

$$\frac{dV(x)}{dx} = -W(x) \rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(EI y'')\right) = -w(x)$$

$$\rightarrow \frac{d^2}{dx^2}(EI y'') = -w(x)$$

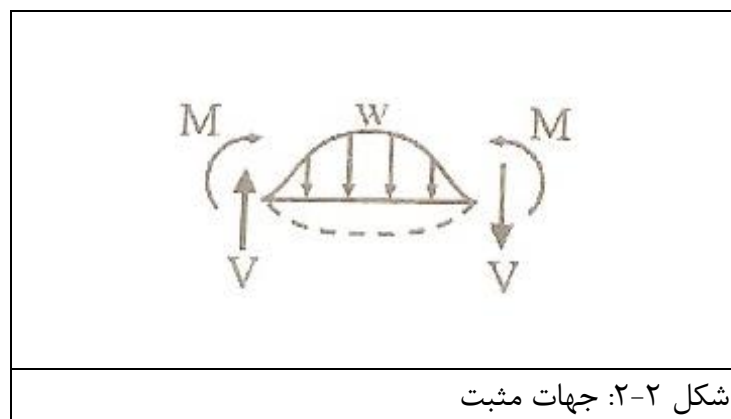
در معادلات بالا در صورتی E و I در طول تیر ثابت باشند (جنس و مقطع) داریم:

$$EI \frac{d}{dx} y'' = V(x) \rightarrow EI y''' = V(x)$$

$$EI \frac{d^2}{dx^2} y'' = -w(x) \rightarrow EI y^{(4)} = -w(x)$$

معادلات بالا عموماً جهت تعیین تغییر مکان تیرها استفاده می شود.

در معادلات گفته شده محورهای مختصات، گشتاورهای خمشی و بارهای گسترده ی مثبت به صورت شکل زیر در نظر گرفته می شود و فرضیات گفته شده برای فرموله کردن تنش خمشی در اینجا نیز صادق است.



شکل ۲-۲: جهات مثبت

شرایط مرزی:

پس از انتگرال گیری در روابط گفته شده ثوابت انتگرالی در معادله ظاهر می شود که باید با استفاده از شرایط فردی تیر تعیین گردد.

در شکل های زیر شرایط مرزی متداول نشان داده شده اند:

