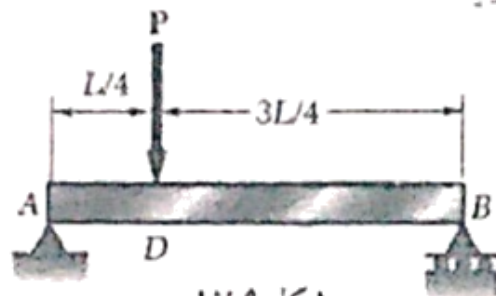


جلسه هشتم

مثال ۳.۹

برای تیر منشوری و بارگذاری نشان داده شده (شکل ۱۷.۹)، شیب و تغییر مکان را در نقطه D به دست آورید.



شکل ۱۷.۹

● حل:

باید تیر را به دو قسمت AD و DB تقسیم و تابع $y(x)$ را که معرف منحنی کشسانی برای هر کدام از این قسمت‌هاست، تعیین کرد.

۱. از A تا D ($x < L/4$). نمودار جسم آزاد قسمت AE تیر به طول $x < L/4$ را رسم می‌کنیم (شکل ۱۸.۹). با گرفتن گشتاور حول E ، داریم

$$M_1 = \frac{3P}{4}x \quad (۱۷.۹)$$

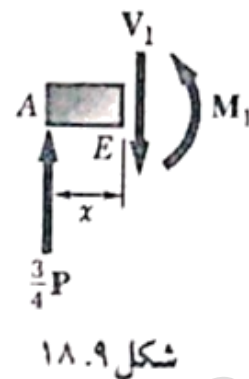
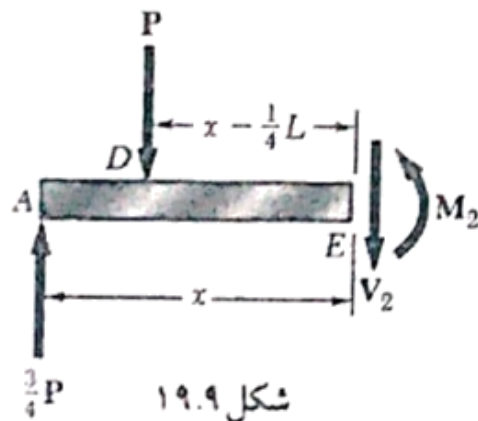
یا، با یادآوری معادله (۴.۹)،

$$EI \frac{d^2 y_1}{dx^2} = \frac{3}{4} Px \quad (۱۸.۹)$$

که در آن $y_1(x)$ تابعی است که منحنی کشسانی قسمت AD تیر را معین می‌کند. با انتگرال‌گیری روی x ، می‌نویسیم

$$EI \theta_1 = EI \frac{dy_1}{dx} = \frac{3}{8} Px^2 + C_1 \quad (۱۹.۹)$$

$$EI y_1 = \frac{1}{8} Px^3 + C_1 x + C_2 \quad (۲۰.۹)$$



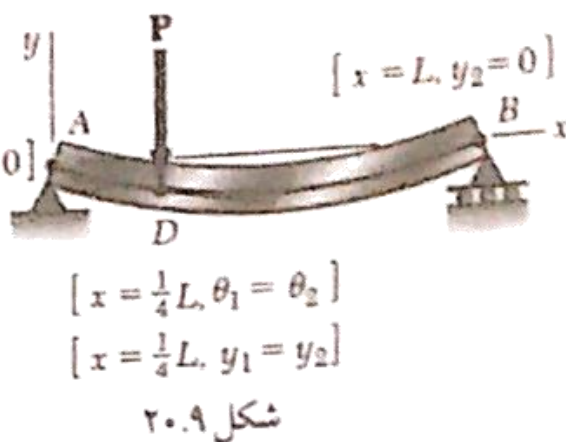
۲. از D تا B ($x > L/4$). حال نمودار جسم آزاد قسمت AE تیر به طول $x > L/4$ را رسم می‌کنیم (شکل ۱۹.۹) و می‌نویسیم

$$M_x = \frac{3P}{4}x - P\left(x - \frac{L}{4}\right) \quad (۲۱.۹)$$

یا، با توجه به معادله (۴.۹) و مرتب کردن جمله‌ها،

$$EI \frac{d^2 y_x}{dx^2} = -\frac{1}{4}Px + \frac{1}{4}PL \quad (۲۲.۹)$$

که در آن $y_x(x)$ تابعی است که منحنی کششی قسمت DB تیر را معین می‌کند. انتگرال‌گیری روی x ، می‌نویسیم



$$EI \theta_1 = EI \frac{dy_1}{dx} = -\frac{1}{8} Px^2 + \frac{1}{4} PLx + C_3 \quad (23.9)$$

$$EI y_1 = -\frac{1}{24} Px^3 + \frac{1}{8} PLx^2 + C_3x + C_4 \quad (24.9)$$

تعیین ثابتهای انتگرال گیری. شرایطی که باید ثابتهای انتگرال گیری برآورده کنند در شکل ۲۰.۹ خلاصه شده اند. در تکیه گاه A ، که تغییر مکان با معادله (۲۰.۹) تعیین می شود، باید داشته باشیم $x=0$ و $y_1=0$. در تکیه گاه B ، که تغییر مکان در آن از معادله (۲۴.۹) تعیین می شود، باید داشته باشیم $x=L$ و $y_2=0$. همچنین، این واقعیت که در نقطه D هیچ گونه تغییر ناگهانی در تغییر مکان یا شیب نمی تواند وجود داشته باشد، ایجاب می کند که $y_1=y_2$ و $\theta_1=\theta_2$ ، وقتی که $x=L/4$ در نتیجه داریم

$$[x=0, y_1=0], \text{ معادله (۲۰.۹): } 0 = C_4 \quad (25.9)$$

$$[x=L, y_2=0], \text{ معادله (۲۴.۹): } 0 = \frac{1}{12} PL^3 + C_3L + C_4 \quad (26.9)$$

$$[x=L/4, \theta_1=\theta_2], \text{ معادله های (۲۳.۹) و (۱۹.۹):}$$

$$\frac{3}{128} PL^2 + C_3 = \frac{5}{128} PL^2 + C_3 \quad (27.9)$$

$$[x=L/4, y_1=y_2], \text{ معادله های (۲۴.۹) و (۲۰.۹):}$$

$$\frac{PL^3}{512} + C_3 \frac{L}{4} = \frac{11PL^3}{1536} + C_3 \frac{L}{4} + C_4 \quad (28.9)$$

با حل همزمان این معادله ها، به دست می آید

$$C_1 = -\frac{5PL^2}{128}, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = -\frac{11PL^2}{128}, \quad C_4 = \frac{PL^3}{384}$$

با قراردادن C_1 و C_2 در معادله‌های (۱۹.۹) و (۲۰.۹)، به‌ازای $x \leq L/4$ می‌نویسیم

$$EI \theta_1 = \frac{3}{8} Px^2 - \frac{7PL^2}{128} \quad (29.9)$$

$$EI y_1 = \frac{1}{8} Px^3 - \frac{7PL^2}{128} x \quad (30.9)$$

با قراردادن $x = L/4$ در هر کدام از این معادله‌ها، درمی‌یابیم که تغییر مکان و شیب در نقطه D به‌ترتیب برابر است با

$$\theta_D = -\frac{PL^2}{32EI} \quad \text{و} \quad y_D = -\frac{3PL^3}{256EI}$$