

جلسه یازدهم

اصطکاک چسبنده

تنش برشی در فصل مشترک کران بالایی دارد. این تنش نمیتواند از  $2k$  فراتر رود. به این ترتیب معادله های به روابط زیر محدود میشوند.

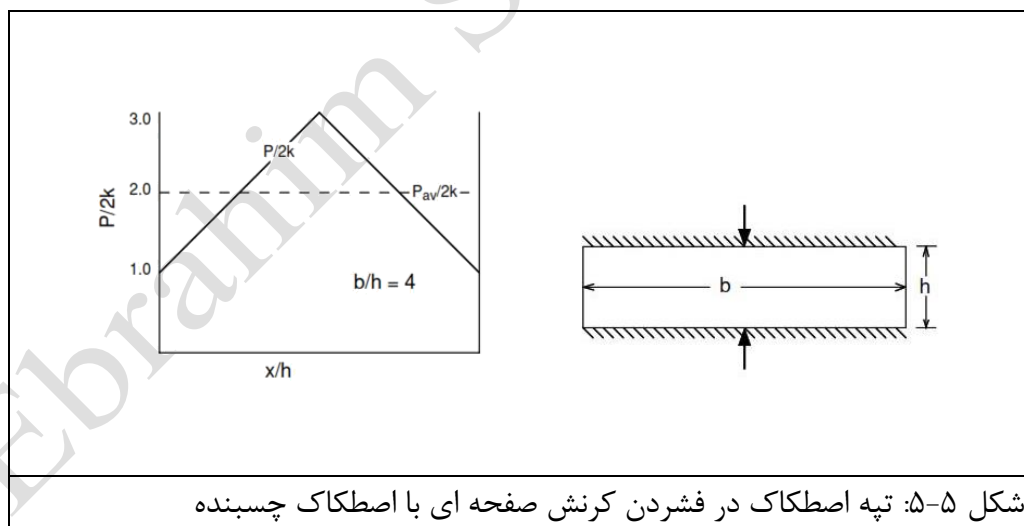
$$x \leq \frac{-h}{2\mu} \ln(2\mu)$$

$$\frac{b}{h} \leq -\ln(2\mu) / \mu$$

در غیر این صورت ابزار و قطعه کار به هم میچسبند و قطعه کار دچار برش می شود. اگر چسبندگی رخ دهد، تنش برشی بجای  $k$  برابر  $\mu p$  خواهد بود و معادله به معادله ی زیر تبدیل می شود.

$$P / 2k = 1 + x / h$$

توزیع فشار در شکل زیر نشان داده شده است.



فشار متوسط از رابطه ی زیر بدست می آید

$$\frac{P_{ave}}{2k} = 1 + \frac{b}{4h}$$

## مثال

عملیات فشردن به حالت کرنش صفحه ای روی قاچی از فلز به عرض  $20\text{cm}$  ارتفاع  $2.5\text{cm}$  و استحکام تسلیم برشی  $k = 100\text{MPa}$  انجام می‌شود. با فرض ضریب اصطکاک چسبنده  $\mu = 0.1$  مطلوب است:

الف) تخمین فشار ماکسیموم در آستانه شارش مومسان

ب) تخمین فشار متوسط در آستانه شارش مومسان

حل

الف)

$$P_{\max} = 200(1 + 20 / 5) = 1000\text{MPa}$$

ب)

$$P_{\text{ave}} = 200(1 + 20 / 10) = 600\text{MPa}$$

شرایط مختلط لغزنده-چسبنده

اگر  $b / h \geq -\ln(2\mu) / \mu$  چسبندگی در مرکز و لغزش در لبه های قابل پیش بینی است.

معادله  $\frac{P}{2k} = \exp\left(\frac{2\mu x}{h}\right)$  مقدار  $P$  را به ازای  $x \leq x^*$  پیش بینی می کند که در آن

$x^* = -h \ln(2\mu) / (2\mu)$  در بازه  $(hdP = -2kdx)$  و با انتگرال گیری بین

$P = 2k \exp(2\mu x^* / h)$  در  $x = x^*$  و  $P$  در  $x$  داریم:

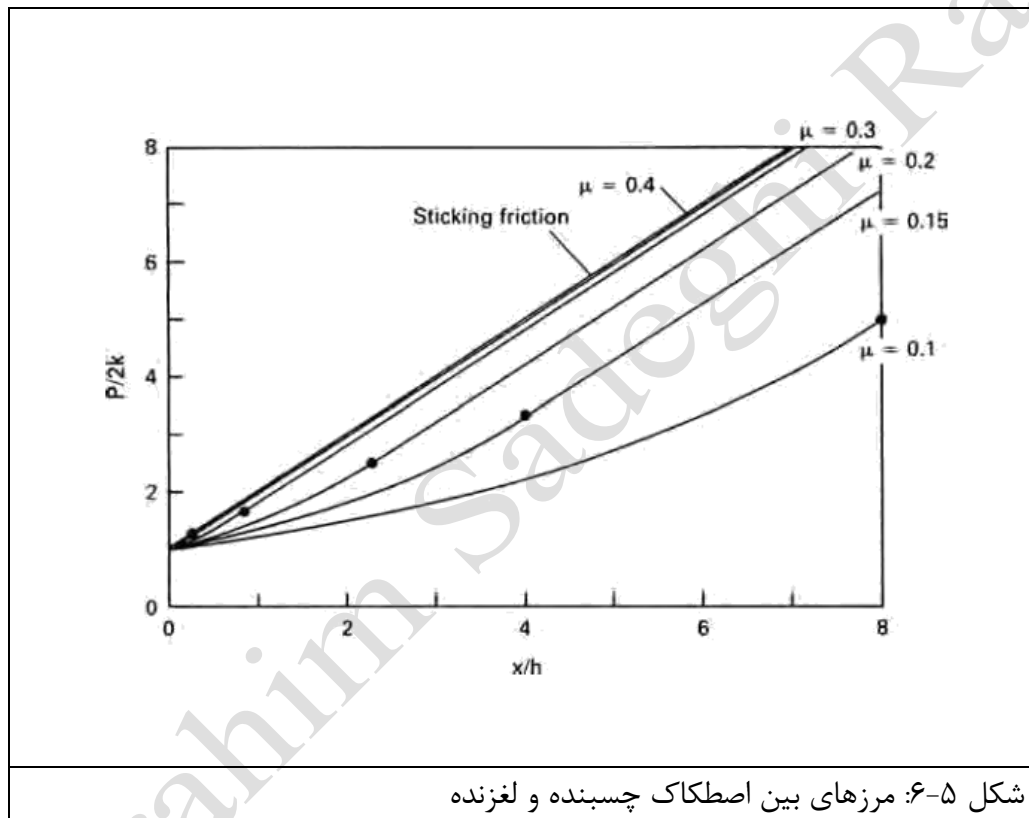
$$\frac{P}{2K} = \frac{x - x^*}{h} + \exp\left(\frac{2\mu x^*}{h}\right)$$

با انتگرال گیری از روی سطح تماس، میتوان فشار متوسط را بدست آورد:

$$\frac{P_{ave}}{2k} = \left(\frac{2}{b}\right) \int_{x^*}^{b/2} \left[ \frac{x - x^*}{h} + \exp\left(\frac{2\mu x^*}{h}\right) \right] dx + \left(\frac{2}{b}\right) \int_0^{x^*} \exp\left(\frac{2\mu x^*}{h}\right) dx \rightarrow$$

$$\frac{P_{ave}}{2k} = \frac{b}{4h} - \frac{x^*}{h} + \frac{h}{2b\mu} \exp\left(\frac{\mu b}{h}\right) + \left(1 - \frac{x^*}{2b} - \frac{h}{2b\mu}\right) \exp\left(\frac{2\mu x^*}{h}\right)$$

نمودار این معادله در شکل ترسیم شده است



### فصل مشترک با تنش برشی ثابت

گاهی از فیلمی از مواد نرم مانند سرب یا بسیار (پلیمر) به عنوان روانکار استفاده می شود. در این حالت تنش برشی در فصل مشترک ثابت است و داریم  $\tau = mk$  ، که در آن  $m$  نسبت استحکام برشی فیلم به استحکام برشی قطعه کار است. اکنون فشار موضعی از رابطه زیر بدست می آید:

$$\frac{P}{2k} = 1 + \frac{mx}{h}$$

و فشار متوسط را میتوان از رابطه زیر به دست آورد

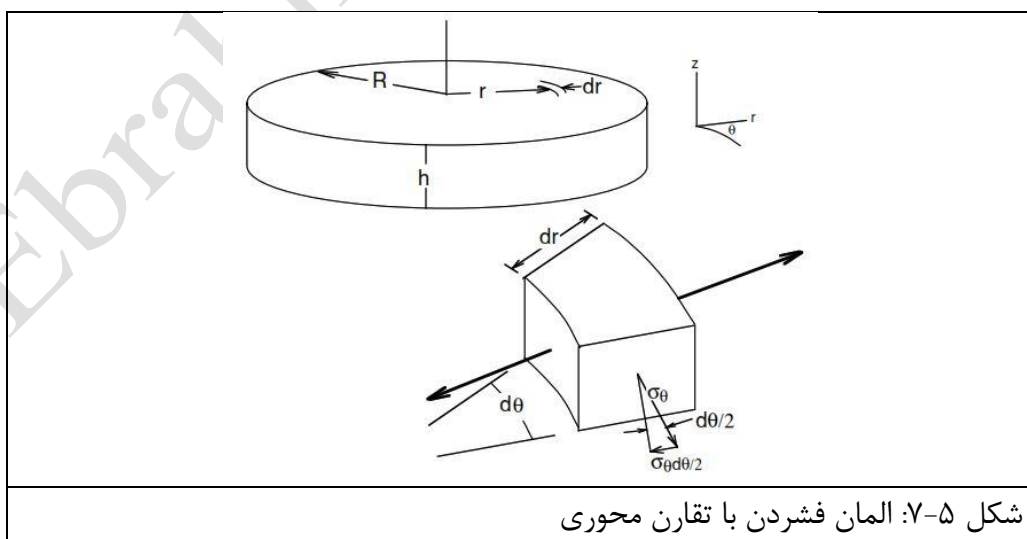
$$\frac{P_{ave}}{2k} = 1 + \frac{mb}{4h}$$

### فشردن با تقارن محوری

در فشردن با تقارن محوری باید از تحلیلی مشابه تحلیل قبل استفاده کرد. با نوشتن موازنه نیرو روی جزئی دیفرانسیلی داریم

$$\sigma_r h r d\theta + 2\mu P r d\theta + (2\sigma_\theta h d r d\theta) / 2 - (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) h d\theta = 0$$

$$\rightarrow 2\mu P r dr + h\sigma_\theta dr = h\sigma_r dr + h r d\sigma_r$$



شکل ۵-۷: المان فشردن با تقارن محوری

برای شارش تقارن محوری داریم

$$\varepsilon_{\theta} = \varepsilon_r \rightarrow \sigma_{\theta} = \sigma_r$$

$$d\sigma_r = -dP \leftrightarrow \sigma_r + P = Y$$

با انتگرال گیری نتیجه می شود

$$\int_Y^P \frac{dP}{P} = -\int_0^R \frac{2\mu}{h} dr$$

$$P = -Y, d\sigma_r = -dP$$

$$P = Y \exp\left[\left(\frac{2\mu}{h}\right)(R-r)\right]$$

فشار متوسط برابر است با.

$$P_{ave} = (1/\pi r^2) \int_0^R 2P\pi r dr$$

$$P_{ave} = \left(\frac{2Y}{R^2}\right) \int_0^R r \exp\left[\left(\frac{2\mu}{h}\right)(R-r)\right] dr =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{h}{\mu R}\right)^2 Y \left[ \exp\left(\frac{2\mu R}{h}\right) - \left(\frac{2\mu R}{h}\right) - 1 \right]$$

به ازای  $\frac{\mu R}{h} \rightarrow 0$ ، معادله بالا به صورت زیر تحویل می شود:

$$P_{ave} = Y \left[ 1 + (2\mu R/h)/3 + (2\mu R/h)^2/12 + \dots \right]$$

در این معادله، در صورت استفاده از معیار ترسکا  $Y = 2k$  و در صورت استفاده از معیار فون میز  $Y = \sqrt{3}k$ .

در این تحلیل به طور تلویحی فرض شد که

$$\mu P \leq k \rightarrow Y \exp[(2\mu/h)(R-r)] \leq k/\mu$$

بنابراین شعاع حدی برابر است با

$$r^* = R - (h / 2\mu) \ln(k / \mu Y)$$

برای آنکه لغزش در کل سطح حاکم شود، باید  $R \leq (h / 2\mu) \ln(k / \mu Y)$

در حالت وجود اصطکاک چسبنده در سر تا سر فصل مشترک داریم:

$$2\mu P r dr \rightarrow 2k r dr \Rightarrow 2k dr = -h dP$$

پس از انتگرال گیری نتیجه می شود:

$$\int_R^r 2k dr = - \int_Y^P h dP$$

$$P = Y + (2k / h)(R - r)$$

فشار متوسط برابر است با:

$$P_{ave} = Y + 2kR / 3h$$

مثال

قرص توپری به قطر  $10\text{cm}$  و ارتفاع  $2.5\text{cm}$  را تحت فشار قرار می دهیم. استحکام تسلیم کششی و برشی ماده به ترتیب  $150\text{MPa}, 300\text{MPa}$  هستند. نیروی لازم برای تغییر شکل قرص را با فرض اصطکاک چسبنده تعیین کنید.

حل

$$P_{ave} = 300 + 5(150 * 2) / (3 * 2.5) = 500\text{MPa}$$

$$F = \pi(0.05\text{m})^2 (500 * 10^6 \text{Pa}) = 3.9\text{MN}$$