

جلسه پنجم

مسئله ها (حل مسائل ستاره دار به عنوان تمرین بر عهده شماست)

۱. هنگامی که یک نمونه آزمون برنجی با قطر اولیه $0.505in$ کشیده می شود، بار ماکزیمم $12Kips$ ، افزایش طول متناظر با آن 40% ثبت می شود. نمونه مشابه را در نظر بگیرید و بار را در هنگامی که افزایش طول نمونه 20% است تعیین کنید.

حل:

$$\begin{aligned}\epsilon &= \ln(1+e) = \ln(A_0 / A), A_0 = \frac{\pi D_0^2}{4} = \frac{\pi(0.505)^2}{4} = 0.2003in^2 \\ e_{\max} &= \frac{40}{100} = 0.4 \rightarrow \epsilon_{\max} = \ln(1+e_{\max}) \rightarrow \epsilon_{\max} = \ln(1.4) = 0.3365 \\ S_u &= F_{\max} / A_0 \rightarrow S_u = 12000lbs / (0.2in^2) = 60Ksi \\ \bar{\sigma} &= S(A_0 / A) \rightarrow \bar{\sigma} = 60 * 1.4 = 84Ksi \\ \bar{\sigma} &= K\bar{\epsilon}^n \rightarrow \text{برای بار ماکزیمم داریم} \rightarrow n = \epsilon_{\max} \rightarrow \bar{\sigma} = K\bar{\epsilon}^{\epsilon_{\max}} \rightarrow \bar{\sigma} = K\bar{\epsilon}^{0.3365} \\ \rightarrow 84 * 10^3 &= K(0.3365)^{0.3365} \rightarrow K = 121185Psi \rightarrow \\ \bar{\sigma} &= 121.185(\bar{\epsilon})^{0.3365} Ksi \quad \text{برای این فلز}\end{aligned}$$

برای حالت دوم داریم:

$$\begin{aligned}e &= \frac{20}{100} = 0.2 \rightarrow A_0 / A = 1.2 \rightarrow \epsilon = \ln(1+0.2) = 0.1823 \\ \bar{\sigma} &= 121.185(0.1823)^{0.3365} = 68.34Ksi \\ \bar{\sigma} &= S(A_0 / A) \rightarrow S = \frac{68.35Ksi}{1.2} = 56.5Ksi \rightarrow F = 56.5 * 0.2 = 11.3Kips\end{aligned}$$

*۲. در یک آزمون کشش، استحکام کششی $340MPa$ به دست آمد. این استحکام در افزایش طول 30% ثبت شد. مطلوب است تعیین n, K هرگاه تقریب $\bar{\sigma} = K\bar{\epsilon}^n$ صادق باشد.

۳. داده های زیر از یک آزمون کشش به دست آمده است. (باریک شدگی)

الف) مقادیر ذکر نشده در جدول را محاسبه کنید.

*ب) نمودارهای $\sigma, \bar{\sigma}$ را برحسب ε روی مقیاس لگاریتمی رسم کنید و K, n را به دست آورد.

*ج) انرژی کرنش در واحد حجم را در $\varepsilon = 0.35$ محاسبه کنید.

Load (kN)	Min. dia. (mm)	Neck radius (mm)	True strain ε	True stress apparent σ (MPa)	True stress corrected $\bar{\sigma}$ (MPa)
0	8.69	∞	0	0	0
27.0	8.13	∞	0.133	520	520
34.5	7.62	∞			
40.6	6.86	∞			
38.3	5.55	10.3			
29.2	3.81	1.8			

شکل م-۱:

حل:

طبق رابطه بریجمن برای باریک شدگی داریم: (a قطر کوچکترین مقطع و R شعاع باریک شدگی)

$$\sigma / \bar{\sigma} = (1 + 2R / a) \ln(1 + a / 2R)$$

سطر اول:

$$A_0 = \frac{\pi(8.69 \cdot 10^{-3} m)^2}{4} = 5.931 \cdot 10^{-5} m^2$$

سطر دوم:

$$\varepsilon = 2 \ln(d_0 / d) \rightarrow \varepsilon = 2 \ln(8.69 / 8.13) = 0.1332$$

$$\sigma = \frac{27000 N}{\frac{\pi(8.13 \cdot 10^{-3} m)^2}{4}} = 520.107 MPa$$

$$\sigma / \bar{\sigma} = (1 + 2R / a) \ln(1 + a / 2R) \rightarrow$$

$$520 / \bar{\sigma} = \lim_{R \rightarrow \infty} (1 + 2R/a) \ln(1 + a/2R) = \infty * 0$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} ((1 + 2R/a) \ln(1 + a/2R)) = \lim_{R \rightarrow \infty} ((\ln(1 + a/2R) + (2R/a) \ln(1 + a/2R)) =$$

$$0 + \lim_{R \rightarrow \infty} ((2R/a) \ln(1 + a/2R)) = \lim_{r \rightarrow 0} ((1/r) \ln(1 + r)) =$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+r)}{r} \right)^H = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{(1/(1+r))}{1} \right) = 1 \rightarrow 520 / \bar{\sigma} = 1 \rightarrow \bar{\sigma} = 520 \text{ MPa}$$

سطر سوم:

$$\varepsilon = 2 \ln(d_0 / d) \rightarrow \varepsilon = 2 \ln(8.69 / 7.62) = 0.2672$$

$$\sigma = \frac{34500N}{\frac{\pi(7.62 * 10^{-3} m)^2}{4}} = 756.518 \text{ MPa}$$

$$\sigma / \bar{\sigma} = (1 + 2R/a) \ln(1 + a/2R) \rightarrow \bar{\sigma} = 756.518 \text{ MPa}$$

*بقیه به عنوان تمرین

سطر آخر:

$$\varepsilon = 2 \ln(d_0 / d) \rightarrow \varepsilon = 2 \ln(8.69 / 3.81) = 1.649$$

$$\sigma = \frac{29200N}{\frac{\pi(3.81 * 10^{-3} m)^2}{4}} = 2561 \text{ MPa}$$

$$2R/a = \frac{2 \cdot 1.8}{3.81/2} = 1.889$$

$$\sigma / \bar{\sigma} = (1 + 2R/a) \ln(1 + a/2R) \rightarrow 2561 / \bar{\sigma} = (1 + 1.889) \ln(1 + \frac{1}{1.889}) \rightarrow$$

$$2561 / \bar{\sigma} = (2.889) \cdot 0.425 = 1.227 \rightarrow \bar{\sigma} = 2087 \text{ MPa}$$

*۴. ورق فلزی که در معرض تغییر شکل کرنش صفحه ای است تحت تنش کششی 300 MPa قرار می گیرد مطلوب است تعیین کرنش اصلی، هرگاه رابطه تنش و کرنش موثر چنین باشد:

$$\bar{\sigma} = 650(0.015 + \bar{\epsilon})^{0.2}$$