

جلسه نهم

فصل پنجم: تحلیل قاجی و اصطکاک

تحلیل های قاجی بر اساس نوشتن موازنه نیروها روی المان یا قاجی از فلز با ضخامت جزئی مبتنی هستند.

تخمین اثر اصطکاک روی نیروهای لازم برای کشش، اکستروژن و نورد کاری سودمند است.

فرض های لازم برای نوشتن فرمول به شرح زیر است:

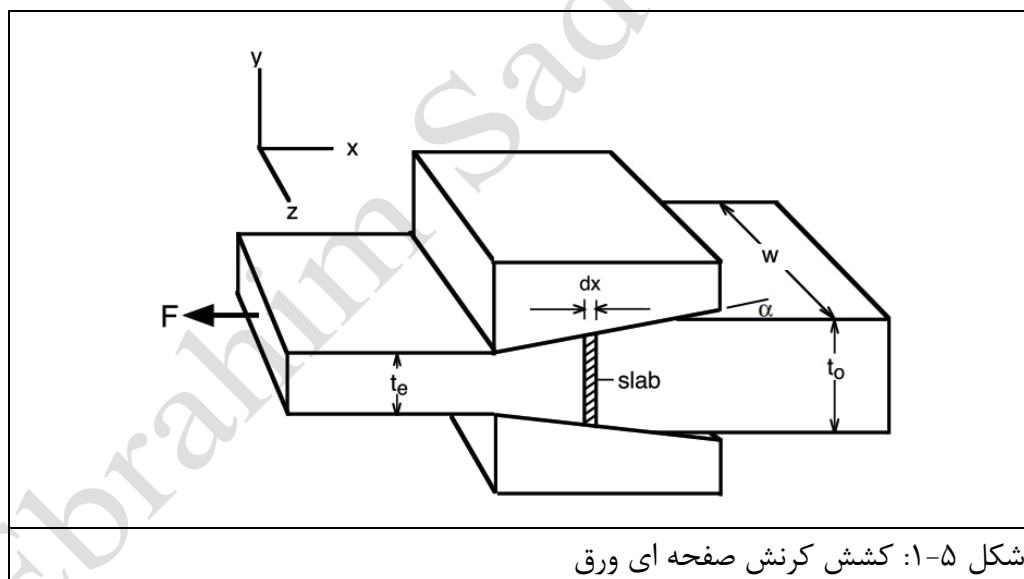
۱- محورهای اصلی در جهت اعمال بارها قرار دارد

۲- اثر اصطکاک، جهت های محورهای اصلی را تغییر نمی دهد یا سبب واپیچش داخلی نمی شود

۳- تغییر شکل همگن است بنابراین مقاطع صفحه ای، صفحه ای باقی می ماند

کشش ورق

در شکل کشش ورق یا تسمه نشان داده شده است نیروی F تسمه ای را از میان یک جفت گوه می کشد.

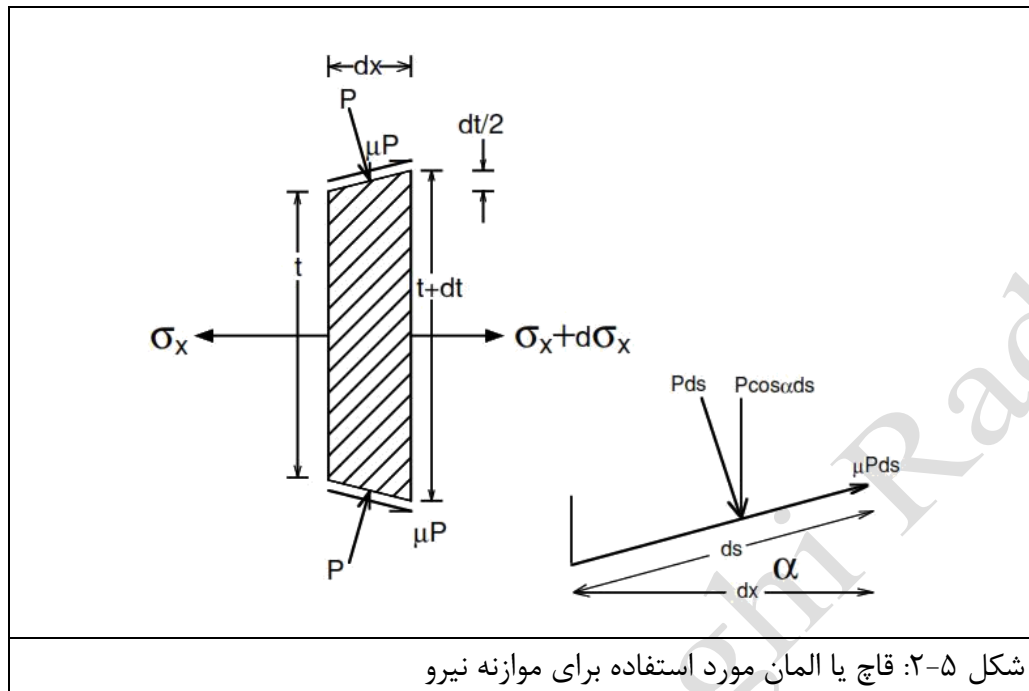


عرض تسمه (w) از ضخامت (t) بسیار بیشتر است. در نتیجه عرض تسمه تغییر نمی کند و شرایط کرنش صفحه ای حاکم است.

تنش کششی برابر است با:

$$\sigma_d = \frac{F}{wt_e}$$

شکل پایین جزء قاچ یا المان را نشان می دهد.



فشار قائم بر حدیده (P) بر دو سطح $(w dx / \cos \alpha)$ عمل می کند و مولفه متناظر نیرو در جهت X برابر است با:

$$2Pw dx (\sin \alpha / \cos \alpha)$$

به علاوه فشار قائم نیروی اصطکاکی $(2\mu w P dx / \cos \alpha)$ را با مولفه افقی $(2\mu w P dx (\cos \alpha / \cos \alpha))$ بر قطعه کار وارد می کند که در آن (μ) ضریب اصطکاک است.

هردوی این نیروها در جهت مثبت X عمل می کنند. نیروی کشش $\sigma_x w t$ در جهت منفی عمل می کند اما نیروی در جهت مثبت عبارت است از:

$$(\sigma_x + d\sigma_x)(t + dt)w$$

با نوشتن موازنه نیروها نتیجه می شود که:

$$(\sigma_x + d\sigma_x)(t + dt)w + 2w(\tan \alpha)P dx + 2\mu P w dx = \sigma_x w t$$

پس از ساده کردن و صرف نظر کردن است دیفرانسیل های مرتبه دوم داریم

$$\sigma_x t + t d\sigma_x + \sigma_x dt + 2(\tan \alpha)P dx + 2\mu P dx = \sigma_x t$$

با قرار دادن $B = \mu \cot \alpha$ و $2dx = dt / \tan \alpha$ نتیجه می شود:

$$Pdt + \sigma_x dt + t d\sigma_x + \mu(\cot \alpha)Pdt = 0$$

یا

$$td\sigma_x + [\sigma_x + P(1+B)]dt = 0$$

و یا

$$\frac{d\sigma_x}{\sigma_x + P(1+B)} = -\frac{dt}{t}$$

برای انتگرال گیری از معادله بالا باید رابطه بین σ_x و P را به دست آورد و جایگزین کرد.

این واقعیت را که P در جهت قائم بر X و عمل نمی کند نادیده می گیریم و P را تنش اصلی فرض می کنیم و می نویسیم:

$$P = -\sigma_x$$

برای تسلیم در حالت کرنش صفحه ای داریم:

$$\sigma_x - \sigma_y = 2k$$

که در آن k معیار تسلیم برشی است.

بر اساس معیار ترسکا $2k = Y = \sigma_{yp}$ و بر اساس معیار فن مایز $2k = (2/\sqrt{3})Y$

با قرار دادن $P = 2k - \sigma_x$ در معادله آخر داریم:

$$\frac{d\sigma_x}{B\sigma_x - 2k(1+B)} = -\frac{dt}{t}$$

با انتگرال گیری بین $0 - \sigma_d$ برای σ_x و بین $t_0 - t_e$ برای t و حل کردن معادله حاصل بر حسب σ_d نتیجه می شود:

$$\frac{\sigma_d}{2k} = \frac{(1+B)}{B} \left[1 - \left(\frac{t_e}{t_0} \right)^B \right]$$

سرانجام با قرار دادن $\varepsilon_h = \ln(t_0 / t_e)$ به عنوان کرنش همگن، داریم:

$$\frac{\sigma_d}{2k} = \frac{(1+B)}{B} [1 - \exp(-B\varepsilon_h)]$$

در به دست آوردن معادله بالا چندین فرض اختیار کردیم:

نخست فرض کردیم که $2k$ مقداری ثابت است که هرگاه ماده کار سخت شود فرض نادرستی است، اثر کار سختی را می توان با استفاده از مقدار متوسط $2k$ تقریب زد

فرض دیگر این است که ضریب اصطکاک ثابت است. این فرض که P تنش اصلی است، هرگاه زاویه حدیده کوچک و ضریب اصطکاک پایین باشد فرض معقولی است، اما با بزرگ شدن زاویه حدیده و ضریب اصطکاک این فرض به تدریج نامعقول تر می گردد.